УДК 621.621.646.49

М. Б. МАРАХОВСКИЙ, А. И. ГАСЮК

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТОВ ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ РАДИАЛЬНО-ОСЕВОЙ ГИДРОТУРБИНЫ. ЧАСТЬ 1.

Запропоновано математичну модель опору в безрозмірною поліноміннальної формі, що описує поведінку коефіцієнтів окремих видів втрат в залежності від режимних параметрів гідротурбіни і геометричних параметрів проточної частини. Форма подання моделі зручна, як для проведення чисельного дослідження впливу геометричних параметрів проточної частини, так і проведення оптимізаційних розрахунків. Модель дозволяє досліджувати вплив окремих видів втрат на гідродинамічні характеристики проточної частини радіально-осьової гідротурбіни.

Ключові слова: коефіцієнт втрат, проточна частина, режимні параметри гідротурбіни, математична модель, гідродинамічні характеристики, радіально-осьова гідротурбіна, модель опору.

Предложена математическая модель сопротивления в безразмерной полиноминальной форме, описывающая поведение коэффициентов отдельных видов потерь в зависимости от режимных параметров гидротурбины и геометрических параметров проточной части. Форма представления модели удобна, как для проведения численного исследования влияния геометрических параметров проточной части, так и проведения оптимизационных расчетов. Модель позволяет исследовать влияние отдельных видов потерь на гидродинамические характеристики проточной части радиально-осевой гидротурбины.

Ключевые слова: коэффициент потерь, проточная часть, режимные параметры гидротурбины, математическая модель, гидродинамические характеристики, радиально-осевая гидротурбина, модель сопротивления.

The article proposes a mathematical model of resistance in a dimensionless polynomial form, describing the behavior of the coefficients of individual types of losses, depending on the regime parameters of the turbine and the geometric parameters of the flow section. The model provides for the separation of losses into: profile, shock, end, edge, losses from the axial vortex. The form of representation of the model is convenient, both for carrying out a numerical study of the influence of geometric parameters of the flowing part, and for carrying out optimization calculations. The model makes it possible to investigate the effect of certain types of losses on the hydrodynamic characteristics of the flowing part of a radial-axial hydraulic turbine. It is possible to construct a theoretical universal characteristic of a hydraulic turbine.

Keywords: loss factor, flowing part, regime parameters of a hydraulic turbine, mathematical model, hydrodynamic characteristics, radial-axial hydraulic turbine, resistance model.

Введение. Важнейшими гидродинамическими характеристиками проточной части являются коэффициенты теоретического напора $K_{\text{нт}}$ и коэффициенты сопротивлений K_h.

От этих коэффициентов зависят основные параметры гидротурбины, определяющие энергетические и кавитационные качества: КПД, мощность, коэффициент кавитации и др.

В работах [1, 2] получены зависимости коэффициента теоретического напора от геометрических и режимных параметров

$$K_{\text{нт}} = f\left(\frac{\overline{\Gamma}\, D}{Q}, K_Q, L'_{pk}\right); \qquad (1)$$

Построим модель сопротивления проточной части – зависимости коэффициента ее сопротивления от геометрических и режимных параметров в безразмерной форме:

$$k_h = f\left(\frac{\overline{\Gamma}_1 D}{Q}, K_Q, L'_k\right); \qquad (1a)$$

Построение модели сопротивления представляет весьма сложную задачу. Математическая модель должна основываться на достаточно глубоком кинематическом описании. В то же время следует учитывать необходимость получения по возможности упрощенного описания, реализация которого была бы доступна по трудоемкости.

Необходимым требованием к такому описанию является возможность широкого использования опытных данных.

Для реализации такого подхода к построению математической модели проточной части, т. е. для получения развернутого выражения функциональной зависимости, целесообразно использование полученных ранее кинематических моделей потока [1, 2].

При построении модели сопротивлений используем традиционную методику разделения потерь по их физической природе. В лопастных системах выделим потери трения, так называемые «ударные» потери, концевые и кромочные.

Математическая модель сопротивлений должна включать в себя зависимости, описывающие поведение коэффициентов сопротивления, как в лопастных системах, так и в безлопастных участках проточной части.

Выведем зависимости коэффициентов потерь в проточной части в зависимости от коэффициента расхода K_Q [2, 3].

Основная часть. Осредненное значение каждого из рассматриваемых видов потерь в пространственной решетке может быть представлено в виде:

$$\overline{h}_i = \frac{1}{Q}\int_Q h_i dQ \qquad (2)$$

где: h_i – потери энергии в элементарных решетках соответствующих отдельных видов.

Будем исходить из общеизвестного принципа разделения потерь по их физической природе, выделяя потери трения, кромочные, концевые, ударные и др.

Задача построения математической модели сводится к составлению зависимостей для коэффициентов отдельных видов потерь в функции геометрических и режимных параметров. Будем в дальнейшем исходить из зависимостей потерь в решетках лопастных систем, данных в работах [4, 5, 6, 7 и др.].

Потери трения в решетке на осесимметричной поверхности в слое переменной толщины определяются формулой [4].

$$h_{\text{тр}} = \varsigma_{\text{тр}} \frac{W_2^2}{2g} \tag{3}$$

где: $$\varsigma_{\text{тр}} = \frac{2\delta_2^{**}}{t_2 \sin\beta_2} = \frac{2CIL}{t_2 \sin\beta_2} \tag{4}$$

$$C = \frac{0,0153}{\mathrm{Re}^{-1/7}}\left(\frac{W_2}{W_k}\right) \tag{5}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{W_2 L}{\nu} \tag{6}$$

$$I = \left[\int_0^{\bar{S}_p} \left(\frac{W_p}{W_2}\right)^{3.8} \left(\frac{h}{h_2}\right)^{7/6} d\bar{l}\right]^{6/7} + \left[\int_0^{\bar{S}_p} \left(\frac{W_\partial}{W_2}\right)^{3.8} \left(\frac{h}{h_2}\right)^{7/6} d\bar{l}\right]^{6/7} \tag{7}$$

где S – длина средней линии профиля.

Величина I, зависящая от распределения скоростей на профиле, определяется для режима безударного обтекания.

Из треугольника скоростей на выходной кромке можно записать:

$$W_2 = \frac{C_{m2}}{\sin\beta_2} \tag{8}$$

С учетом предыдущих зависимостей находим:

$$\bar{h}_{\text{тр}} = \frac{1}{Q}\int_Q \varsigma_{\text{тр}} \frac{2CILC_{m2}^2}{t_2 \sin^3\beta_2 2g} dQ \tag{9}$$

Для определения величины I необходимо знать распределение скоростей вдоль профиля, которое устанавливается путем решения прямой задачи [6]. Но, как показывает практика проведения расчетов, можно воспользоваться упрощенной методикой, предложенной в работе [2], где с помощью интегральных законов сохранения получено аналитическое выражение для I в зависимости от геометрических параметров решетки.

$$I = I_1 + I_2 \tag{10}$$

$$I_{1,2} = \left\{ \frac{4\left(\frac{l}{l_m} + \frac{b_2}{b_1}\right)\sin\beta_{2\text{ср}}}{\left(1+\frac{b_2}{b_1}\right)\left(1+\frac{r_{1cc}}{r_{2cc}}\right)\Theta} \pm \frac{1}{l/t_2} X \sin\beta_2 \right\}^{3.26} \times \frac{1}{2}\left(1+\frac{b}{b_2}\right) \tag{11}$$

$$X = \left[\mathrm{ctg}\beta_{2cc} - \mathrm{ctg}\beta_{1cc}\frac{b_2}{b_1} + \left(\frac{r_{1cc}}{r_{2cc}} - 1\right)\pi\left(\frac{r_{2cc}}{D}\right)^2 \frac{b_2}{D} K_Q\right]$$

Для построения математической модели профильных потерь воспользуемся зависимостью,

$$C_m = A(\mathrm{l})\omega - B(\mathrm{l})Q\,, \tag{12}$$

полученной из расчета кинематических параметров потока в характерных сечениях проточной части и учитывающей изменение параметров по высоте.

Кроме того, учитывая, что

$$dQ = d\psi = -2\pi r_2 C_{m2} dl \cos\delta \tag{13}$$

получим из выражения (9) зависимость для коэффициента потерь в развернутом виде:

$$K_{\text{тр}} = -2\pi \int_{l_1}^{l_2} \frac{2CI\left(1+\mathrm{ctg}^2\beta_2^*\right)}{\sin\beta_2^* t_2} \left(A'\omega - B'Q\right)^3 \cos\delta r_2' dl' \tag{14}$$

Расчет по формуле (14) проводится по элементарным слоям переменной толщины, полученным предварительным расчетом потока.

После преобразований в правой части, формулу удобно представить в виде полинома

$$K_{\text{тр}} = b_3 K_Q^3 + b_2 K_Q^2 + b_1 K_Q + b_0 \tag{15}$$

где: $$b_3 = -2\pi \int_{l_1}^{l_2} \frac{2CI(1+\mathrm{ctg}^2\beta_2^*)}{\sin\beta_2^* t_2} A'(l')^3 \cos\delta r_2' dl' \tag{16}$$

$$b_2 = 6\pi \int_{l_1}^{l_2} \frac{2CI(1+\mathrm{ctg}^2\beta_2^*)}{\sin\beta_2^* t_2} A'(l')^2 B'(l') \cos\delta r_2' dl' \tag{17}$$

$$b_1 = -6\pi \int_{l_1}^{l_2} \frac{2CI(1+\mathrm{ctg}^2\beta_2^*)}{\sin\beta_2^* t_2} A'(l') B'(l')^2 \cos\delta r_2' dl' \tag{18}$$

$$b_0 = 2\pi \int_{l_1}^{l_2} \frac{2CI(1+\mathrm{ctg}^2\beta_2^*)}{\sin\beta_2^* t_2} B'(l')^3 \cos\delta r_2' dl' \tag{19}$$

В полученной зависимости для коэффициента трения режимные параметры входят явным образом, а коэффициенты полинома зависят от геометрических параметров.

Кромочные потери включают потери, обусловленные обтеканием кромки конечной толщины, и потери, которые имеют место при выравнивании вязкого потока за решеткой.

В соответствии с [7] кромочные потери определяются по формуле:

$$h_{\text{кр}} = \zeta_{\text{кр}} \frac{W_2^2}{2g} \tag{20}$$

где: $\zeta_{кр} = \dfrac{0,2\Delta_{кр}}{t_2 \sin\beta_2}$ (21)

$$\Delta_{кр} = 2r_{2кр} \quad (22)$$

где:r_2 – радиус скругления выходной кромки.

Величина кромочных потерь для всей решетки определяется по выражению:

$$\overline{h_{кр}} = \frac{1}{Q}\int \varsigma_{тр}\frac{W_2^2}{2g}dQ \quad (23)$$

Выразив C_{2m} и dQ по выражениям (12), (13), запишем формулу для определения кромочных потерь:

$$\overline{h_{кр}} = \frac{1}{Q}\int 0{,}2\frac{\Delta_{кр}}{\sin^3\beta_2 t_2}\left(A(l)\omega - B(l)Q\right)^3 \times \quad (24)$$

$$\times\frac{(-\pi r_2 \cos\delta)}{2g}dl$$

Коэффициент кромочных потерь будет равен:

$$K_{h_{кр}} = -0{,}4\pi\int_0^{l'} 0{,}2\frac{\Delta_{кр}}{sin^3\beta_2}\left(A'(l)K_Q - B'(l)Q\right)^3 r_2' dl \quad (25)$$

Концевые потери связаны с пограничным слоем на торцевых стенках. Расчет пограничного слоя на торцевых стенках во вращающейся решетке с учетом вторичных течений усложняется вследствие наличия центробежных и кориолисовых сил, изменяющих эпюру скоростей по сравнению с неподвижной решеткой. Ориентировочно коэффициент концевых потерь может быть выражен через потери трения [8]:

$$\zeta_{кн} = \frac{2t_2\, sin\beta_{2c\,p}}{b_{2c\,p}}\zeta_{кр} \quad (26)$$

где: t – шаг решетки,

β – угол потока средней решетки на выходе рабочего колеса,

b – высота решетки в зоне выходной кромки лопасти.

Концевые потери равны:

$$h_{кн} = \zeta_{кн}\frac{W_{2c\,p}^2}{2g} \quad (27)$$

Используя выражения (12) и (13) рассчитаем среднеквадратичное значение концевых потерь для всей решетки:

$$h_{кн} = -\frac{4\pi}{gQ}\int_Q \frac{t_2\varsigma_{тр}(l)}{b_2}\left(A(l)\omega - B(l)Q\right)^3 \frac{r_2\cos\delta}{\sin\beta_2}dl \quad (28)$$

Коэффициент концевых потерь будет равен:

$$K_{h_{кн}} = -\frac{2\pi}{D^5}\int_0^l \frac{r_2\varsigma_{тр}(l)}{b_2\sin\beta_2}\left(A(l)K_Q - B(l)D^5\right)^3 \times \quad (29)$$

$$t_2\cos\delta dl$$

В общей схеме разделения профильных потерь энергии при отрывном обтекании профилей, выделяются так называемые "ударные" потери.

Ударные потери, обусловленные отрывом потока при обтекании входной кромки, возникают при несовпадении направления потока в относительном движении на входной кромке β_1 с углом безударного обтекания $\beta_{бо}$.Формула потерь на удар имеет вид:

$$\overline{h_{уд}} = k\frac{(\text{ctg}\beta_1 - \text{ctg}\beta_{2бу})^2}{2g}C_{1m}^2 \quad (30)$$

Для бесконечно густой решетки угол безударного обтекания $\beta_{бу}$ равен геометрическому углу входного элемента лопасти в рассматриваемой точке входной кромки $\beta_{1л}$. При конечном числе лопастей эти углы не равны.

Угол $\beta_{бу}$ обычно меньше $\beta_{1л}$, так что

$$\beta_{бу} = \beta_{1л} - \Delta\beta_{бу} \quad (31)$$

где: $\Delta\beta_{бу}$ – угол атаки при обтекании входной кромки.

Угол $\Delta\beta_{бу}$ слабо зависит от режима работы и его можно рассматривать как характерный гидродинамический параметр решетки, не зависящий от режима обтекания [7].

Для радиально-осевых гидротурбин величина $\Delta\beta_{бу}$ может изменяться в диапазоне $\Delta\beta_{бу}$ = 5-20°. Поправочный коэффициент k в формуле (30) по аналогии с известными гидравлическими расчетами потерь в диффузорах, может быть назван коэффициентом смягчения.

Для густых решеток радиально-осевых турбин k = 0,8–1.

Меридиональные скорости на входе и выходе из рабочего колеса связаны уравнением расхода:

$$\Delta Q = 2\pi r_1 C_{1m}\delta_1 = 2\pi r_2 C_{2m}\delta_2 \quad (32)$$

Тогда с учетом этого уравнения, а также (12) и (13) уравнение (30) примет вид:

$$\overline{h_{уд}} = -\frac{k}{gQ}\int_Q (\text{ctg}\beta_1 - \text{ctg}\beta_2)^2\left(\frac{\delta_2 r_2}{\delta_1 r_1}\right)^2 \times \quad (33)$$

$$\left(A(l)\omega - B(l)Q\right)^3 r_2\cos\delta dl$$

В безразмерной форме коэффициент потерь будет равен:

$$K_{h_{уд}} = -2\pi\int_0^l (\text{ctg}\beta_1 - \text{ctg}\beta_{2бу})^2\left(\frac{B_2(l)}{B_1(l)}\right)^2 \times \quad (34)$$

$$r'_2\cos\delta\left(A'(l)K_Q - B'(l)Q\right)^3 dl$$

Коэффициент потерь всей проточной части находится суммированием различных видов потерь в ее элементах, а затем, сложением коэффициентов потерь по элементам: подвод, рабочее колесо и отсасывающая труба.

Выводы: 1. Разработана математическая модель сопротивления в безразмерной полиноминальной форме, описывающая поведение коэффициентов отдельных видов потерь в зависимости от режимных параметров гидротурбины и геометрических параметров проточной части.

2. Форма представления модели удобна, как для проведения численного исследования влияния геометрических параметров проточной части, так и проведения оптимизационных расчетов.

Список литературы

1. *Колычев В. А.* Расчет гидродинамических характеристик направляющих аппаратов гидротурбин: учебн. пособие / *В. А. Колычев, В. Э. Дранковский, М. Б. Мараховский* – Х.: НТУ «ХПИ», 2002. – 216 с.
2. *Колычев В. А.* Кинематические характеристики потока в лопастных гидромашинах: учебн. пособие / *В А. Колычев.* – Л. : ИСМО, 1995. – 272 с.
3. *Колычев В. А.* Построение математической модели рабочего процесса гидротурбины / *В. А. Колычев* // Гидравлические машины. – 1992. – Вып. 26. – С. 3–19.
4. *Викторов Г. В.* Гидродинамическая теория решеток : пособие / *Г. В. Викторов.* – М.: Высшая школа, 1969. – 368 с.
5. *Климов А. И.* Новый способ определения циркуляций потока в гидромашинах / *А. И. Климов* // Сб. научн. информ. по гидромашиностроению. – Вып. 8 (9). – М.: ВИГМ, 1959.
6. *Самойлович Г. С.* Гидроаэромеханика : учебн. / *Г. С. Самойлович.* – М.: Машиностроение, 1980. – 280 с.
7. *Степанов Г. Ю.* Гидродинамика решеток турбомашин / *Г. Ю. Степанов.* – М.: Физматгиз, 1962. – 512 с.
8. *Топаж Г. И.* Расчет интегральных гидравлических показателей гидромашин / *Г. И. Топаж.* – Л.: ЛГУ, 1989. – 208 с.

References (transliterated)

1. Kolychev, V. A., V. Je. Drankovskij and M. B. Marahovskij. *Raschet gidrodinamicheskih harakteristik napravljajushhih apparatov gidroturbin*. Kharkov: NTU «KhPI», 2002. Print.
2. Kolychev, V. A. *Kinematicheskie harakteristiki potoka v lopastnyh gidromashinah*. Leningrad: ISMO, 1995. Print.
3. Kolychev, V. A. "Postroenie matematicheskoj modeli rabochego processa gidroturbiny." *Gidravlicheskie mashiny*. No. 26. 1992. 3–19. Print.
4. Viktorov, G. V. *Gidrodinamicheskaja teorija reshetok*. Moscow: Vysshaya shkola,1969. Print.
5. Klimov, A. I. "Novyj sposob opredelenija cirkuljacij potoka v gidromashinah." *Sb. nauchn. inform. po gidromashinostroeniju*. Moscow: VIGM, 1959. No. 8.9. Print.
6. Samojlovich, G. S. *Gidroajeromehanika*. Moscow: Mashinostroenie, 1980. Print.
7. Stepanov, G. Ju. *Gidrodinamika reshetok turbomashin*. Moscow: Fizmatgiz., 1962. Print.
8. Topazh, G. I. *Raschet integral'nyh gidravlicheskih pokazatelej gidromashin*. Leningrad: LGU, 1989. Print.

Поступила (received) 02.05.2018

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Математическая модель гидродинамических характеристик элементов проточной части радиально-осевой гидротурбины / М. Б. Мараховский, А. И. Гасюк // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: гідравлічні машини та гідроагрегаті. – Харків: НТУ «ХПІ», 2018. – № 17 (1293). – С. 54–57– Бібліогр. 8 назв. – ISSN 2411-3441 (print), ISSN 2523-4471 (online)

Математическая модель гидродинамических характеристик элементов проточной части радиально-осевой гидротурбины / М. Б. Мараховский, А. И. Гасюк // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Гідравлічні машини та гідроагрегати. – Харків : НТУ «ХПІ», 2018. – № 17 (1293). – С. 54–57. – Библиогр. 8 назв. – ISSN 2411-3441 (print), ISSN 2523-4471 (online)

Mathematical model of hydrodynamic characteristics of the elements of the flowing part of the radial-axial hydroturbine. / M. B. Marakhovsky, A. I. Gasyuk // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydrounits. – Kharkov: NTU "KhPI", 2018. – No 17 (1293). – P. 54–57. – Bibliograf. 8. ISSN 2411-3441 (print), ISSN 2523-4471 (online)

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Мараховський Михайло Борисович – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Гідравлічні машини»; тел.: (050) 464-16-73; e-mail: marakhovsky@ecopolitech.com.

Мараховский Михаил Борисович – кандидат технических наук, доцент, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», доцент кафедры «Гидравлические машины»; тел.: (050) 464-16-73; e-mail: marakhovsky@ecopolitech.com.

Marakhovsky Mikhail Borisovich – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute", Associate Professor at the Department of "Hydraulic machine"; tel.: (050) 464-16-73; e-mail: marakhovsky@ecopolitech.com.

Гасюк Олександр Іванович – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Гідравлічні машини»; тел.: (097) 862-08-26; e-mail: Galexfom@gmail.com.

Гасюк Александр Иванович – кандидат технических наук, доцент, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», доцент кафедры «Гидравлические машины»; тел.: (097) 862-08-26; e-mail: Galexfom@gmail.com.

Gasiyk Alexander Ivanovich – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute", Associate Professor at the Department of "Hydraulic machine"; tel.: (097) 862-08-26; e-mail: Galexfom@gmail.com.