

З. Я. ЛУР'Є, В. Б. САМОРОДОВ, Г. А. АВРУНІН, Є. М. ЦЕНТА

ДИНАМІЧНА НЕЛІНІЙНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОБ'ЄМНОГО ГІДРОПРИВОДА З МАШИННИМ РЕГУЛЮВАННЯМ

Мета – науковий пошук зниження коливань тиску і частоти обертання гідромотора в об'ємному гідроприводі, математична модель якого для режиму розгону і виходу на установившийся режим, включає рівняння ККД гідромашин в повному діапазоні швидкостей і навантажень. Метод. Порівняльний аналіз динамічних характеристик об'ємного гідропривода на розроблених математичних моделях, що не враховують зміну ККД гідромашин і з урахуванням рівнянь змінного ККД. Розроблені математичні моделі включають імітаційний модуль пристрою управління похилим диском аксіальнопоршневого насоса, евристичний модуль стадійного зовнішнього навантаження з постійною і змінною складовими, і обчислювальний модуль двофазної робочої рідини. Одна з двох порівнюваних моделей містить розрахунок ККД гідромашин на основі теорії К. І. Городецького. Результати. Математична модель об'ємного гідропривода, в яку вводять рівняння для розрахунку ККД, виявляється більш інформативною та такою, що дає фактичні значення тиску і частоти обертання гідромотора, що дозволяють точно оцінити його вихідну потужність як один з найважливіших параметрів для споживача, тому її застосування є переважним. Отримані результати підтверджують необхідність зниження газомісту в робочій рідині, що викликає коливання тиску в об'ємному гідроприводі та частоти обертання гідромотора, причому двофазна робоча рідина викликає більш суттєві коливання, ніж однофазна. Висновок. Результати проведених досліджень можуть бути використані при розробці нових об'ємних гідроприводів не лише з аксіальнопоршневими, але і з гідромашинами інших типів, і дозволяють аналізувати динамічні характеристики гідрофікованих машин різного призначення, а також в навчальному процесі з поглибленим вивченням студентами-магістрами об'ємних гідроприводів.

Ключові слова: об'ємний гідропривод з гідромотором, ККД гідромашин, математична модель гідропривода, пакет VisSim, стисливість двофазної робочої рідини, коливання тиску та частоти обертання.

З. Я. ЛУРЬЕ, В. Б. САМОРОДОВ, Г. А. АВРУНИН, Е. Н. ЦЕНТА

ДИНАМИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБЪЕМНОГО ГИДРОПРИВОДА С МАШИНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ

Цель – научный поиск снижения колебаний давления и частоты вращения гидромотора в объемном гидроприводе, математическая модель которого для режима разгона и выхода на установившийся режим включает уравнения КПД гидромашин в полном диапазоне скоростей и нагрузок. Метод. Сравнительный анализ динамических характеристик объемного гидропривода на разработанных математических моделях, не учитывающих изменение КПД гидромашин и с учетом уравнений переменного КПД. Разработанные математические модели включают имитационный модуль устройства управления наклонным диском аксиальнопоршневого насоса, эвристический модуль стадийного внешнего нагружения с постоянной и переменной составляющими нагрузки и вычислительный модуль двухфазной рабочей жидкости. Одна из двух сравниваемых моделей содержит расчет КПД гидромашин на основе теории К. И. Городецкого. Результаты. Математическая модель объемного гидропривода, в которую вводят уравнения для расчета КПД, оказывается более информативной, дающей фактические значения давления и частоты вращения гидромотора, позволяющие точно оценить его выходную мощность как один из важнейших параметров для потребителя, поэтому ее применение является предпочтительным. Полученные результаты подтверждают необходимость снижения газосодержания в рабочей жидкости, вызывающего колебания давления в объемном гидроприводе и частоты вращения гидромотора, причем двухфазная рабочая жидкость вызывает более существенные колебания, чем однофазная. Заключение. Результаты проведенных исследований могут быть использованы при разработке новых объемных гидроприводов не только с аксиальнопоршневыми, но и гидромашинами других типов, позволяя анализировать динамические характеристики гидрофицированных машин различного назначения, а также в учебном процессе с углубленным изучением студентами-магистрами объемных гидроприводов.

Ключевые слова: объемный гидропривод с гидромотором, КПД гидромашин, математическая модель гидропривода, пакет VisSim, сжимаемость двухфазной рабочей жидкости, колебания давления и частоты вращения.

Z. LURYE, V. SAMORODOV, G. AVRUNIN, E. TSENTA

DYNAMIC NON-LINEAR MATHEMATICAL MODEL OF HYDRAULIC FLUID POWER WITH MACHINE REGULATION

The purpose of this work is a scientific search for reducing pressure fluctuations and frequency of rotation of a hydraulic motor in a volumetric hydraulic drive. The mathematical model of this drive for the acceleration mode and reaching the steady state includes the equations of the efficiency of hydraulic machines in the full range of speeds and loads. The method used in this work is a comparative analysis of the dynamic characteristics of a volumetric hydraulic drive on the developed mathematical models that do not take into account the change in the efficiency of hydraulic machines and taking into account the equations of variable efficiency. The developed mathematical models include a simulation module of the control device for an bent axis-piston pump, a heuristic module for staged external loading with constant and variable load components, and a computational module for a two-phase working fluid. One of the two compared models contains the calculation of the efficiency of hydraulic machines based on Gorodetsky theory. The results of this scientific research is a mathematical model of a volumetric hydraulic drive, into which equations are introduced to calculate the efficiency, which is more informative. It gives the actual values of pressure and speed of the hydraulic motor, allowing to accurately estimate its output power as one of the most important parameters for the consumer. Therefore, the use of this model is preferable. The obtained results confirm the need to reduce the gas content in the working fluid, which causes fluctuations in the pressure in the volumetric hydraulic drive, and the speed of the hydraulic motor. In this case, a two-phase working fluid causes more significant fluctuations than a single-phase one. The results of the research can be used in the development of new volumetric hydraulic drives not only with axial piston, but also with other types of hydraulic machines. This allows to analyze the dynamic characteristics of hydraulic machines for various purposes. In the educational process, the results of these studies can be applied in the in-depth study of volumetric hydraulic drives by master students.

Keywords: volumetric hydraulic drive with hydraulic motor, efficiency of hydraulic machines, mathematical model of hydraulic drive, VisSim package, compressibility of a two-phase working fluid, pressure and speed fluctuations.

Вступ. При аналізі режимів роботи гідрофікованих машин важливе значення має оцінка навантажень з боку робочих органів на об'ємний гідропривод (ОГП), у тому числі динамічних. Зустрічаються навантаження двох видів – з постійним моментом опору і короткочасним моментом опору, що циклічно повторюється, або з періодом циклу, що змінюється. Для ОГП, як пристрою управління машиною, важлива оцінка дій навантажень в режимі розгону і дії крутного моменту опору з боку робочого органу. Наприклад, для сучасних ОГП, що використовують насоси з регульованим робочим об'ємом, характерний досить комфортний для приводних двигунів (ДВЗ або електродвигунів), запуск при нульовому значенні робочого об'єму або за відсутності тиску в ОГП, для гідромоторів менш інтенсивним по динамічній навантаженості є розгін до заданої частоти обертання в режимі холостого ходу, а потім підключення до зовнішнього навантаження. Тому на практиці при експлуатації механізмів і машин з ОГП зустрічаються два основні режими роботи – з можливістю розділення операцій приводів (наприклад, для верстатів), і з обов'язковим поєднанням операцій, до яких слід віднести ОГП підйомних кранів та безступеневих двопотокових трансмісій тракторів. Проте авторам не відомі роботи по динаміці ОГП, моделі яких враховують аналітичні вирази ККД насоса і гідромотора, двофазність робочої рідини (РР) і науковий пошук зниження негармонійних коливань частоти обертання валу гідромотора і тиску при розгоні ОГП. Тому стаття присвячена розробці математичної моделі і проведенню досліджень з введенням аналітичних формул ККД гідромашин від змінних значень тиску, швидкості і стисливості РР при зміні робочого об'єму насоса. Це дозволяє зробити розрахунок ККД для проєктованих гідромашин і ОГП в цілому.

Аналітичний огляд літератури. У вітчизняній літературі останніх років наведені результати досліджень динаміки ОГП для підйомно-транспортних і транспортних засобів [1–3]. В роботі [1] розглянута математична модель ОГП пересування мостового крана і проведено аналіз впливу характеру зміни витрати насоса на коливання вантажу. Основним висновком є пропозиція про створення системи автоматизованого управління робочим об'ємом насоса з використанням зворотних зв'язків. У той же час в представлених математичних моделях не враховується вплив на динаміку ОГП модуля пружності РР і ККД гідромашин, якій змінюється в залежності від режимів їх роботи.

В роботі [4] проведено обґрунтування вживаності формули для визначення модуля об'ємної пружності двофазної РР, отриманої в адіабатичному процесі, і тому прийнято рішення про її використання в цій статті. Обмеженість інформації про значення ККД гідромашин тільки для номінального режиму, тобто встановленого значення тиску і частоти обертання в номінальному режимі експлуатації [5], не дозволяє повною мірою визначити енергетичні можливості ОГП. Зазвичай для розробників ОГП важливі значення

параметрів гідромашин в широкому діапазоні зміни навантажень і швидкостей обертання гідромоторів, тобто на конкретних робочих режимах. Розробники високомоментних гідромоторів приводять значення ККД для широкого експлуатаційного діапазону [6–8], у ряді випадків такі дані приводять і для аксіальнопоршневих гідромашин [9]. Роботи [10–12] присвячені обґрунтованому виведенню рівнянь загального ККД аксіальнопоршневих машин (регульованого насоса і нерегульованого гідромотора) на основі урахування механічних, гідродинамічних і об'ємних втрат потужності [5]. Проте автори використовують отримані рівняння ККД тільки для розрахунку гідромашин і не розглядають їх введення в динамічну модель. В роботі [13] запропонований імітаційний модуль для регульованого аксіальнопоршневого насоса в якості першого наближення реального пристрою управління поворотом похилого диска. Це істотно спрощує модель ОГП і прийняте в цій статті. Робота [14] присвячена динаміці стежних гідросистем на основі лінійних і лінеаризованих рівнянь, елементній базі їх побудови, включаючи і нелінійні елементи. Достатня увага приділена характеристикам систем і коливанням, аналізу їх появи і загасання. У роботі [15] розглянуті основні моделі гідропристроїв і приділена належна увага аналізу динамічних властивостей приводів і обґрунтуванню допущень. Відмічено, що ОГП з регульованим насосом забезпечують плавний пуск і безступінчасте регулювання швидкості робочих органів. У роботі [16] запропоновано вирішення проблеми визначення коефіцієнтів втрат потужності в розрахункових формулах [10–12] шляхом створення спеціальної програми використання методів математичної статистики для обробки експериментальних даних конкретної гідромашини. Питання знижень коливань частоти обертання гідромотора і тиску в ОГП при пуску досліджене з урахуванням евристичного підходу до характеру і часу дії навантажень на робочий орган [17]. Проте цей результат злокалізований математичною моделлю, що не враховує ККД гідромашин. Таким чином, видається актуальним аналіз динаміки ОГП обертального руху з урахуванням ККД гідромашин і пружних властивостей РР, у тому числі двофазного середовища, з метою пошуку шляхів зниження коливальності на режимі пуску.

Основна частина. На рис. 1 представлена розрахункова схема ОГП із замкненим ланцюгом циркуляції РР з позначеними параметрами, які використовуватимуться в математичній моделі, у тому числі в [10–12].

Насос Н з регульованим робочим об'ємом нагнітає РР до гідромотора М. Гідромотор приводить в обертання робочий орган РО. Залежно від напрямку подачі насоса Н ($A-A$ як показано на схемі або $B-B$) і її величини частота обертання гідромотора М може реверсуватися і змінюватися.

Математична модель насоса. При побудові математичної моделі ОГП обертального руху приймаємо такі допущення [15, 16]: РР однорідна, її розрив

виключається; температуру, густину і в'язкість РР приймаємо постійними, рівними середнім значенням; РР в зазорах пар тертя насоса і гідромотора вважаємо нестискуваною у зв'язку з тим, що довжина зазорів значно менше довжини хвиль коливань, поширених в середовищах, що стискаються; частота обертання валу насоса є постійною.

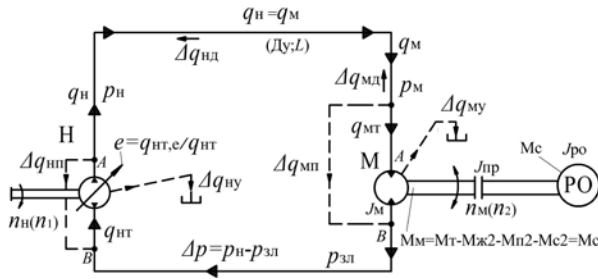


Рис. 1. Розрахункова схема ОГП з гідромотором

Фактична подача насоса визначається рівнянням

$$q_n(t) = q_{нт}(t) - \Delta q_{нт}(t) - \Delta q_{нд}(t), \quad (1)$$

де $q_{нт} = W_n n_n$ – теоретична подача насоса без урахування витоків РР, а параметр (t) для спрощення запису для даного і подальшого виразів опускаємо;

$$W_n = V_{рн} / 2\pi \text{ і } V_{рн} = 2\pi \cdot W_n - \text{характерний [м}^3/\text{рад]}$$

і робочий об'єм насоса [см³];

$\omega_n = 2\pi \cdot n_n / 60$ [рад/с] і $n_n = 30\omega_n / \pi$ [хв⁻¹] – кутова швидкість і частота обертання насоса;

$\Delta q_n = \Delta q_{ну} + \Delta q_{нт}$ – витоків РР в насосі [5], які складаються з зовнішніх витоків (з внутрішніх порожнин) і внутрішніх (витоків між внутрішніми порожнинами)

$$\Delta q_n = \Delta q_{ну} + \Delta q_{нт} = C_{ну} K_n p_n + K_n C_{нт} (p_n - p_{зл}), \quad (2)$$

де $C_{ну}$ і $C_{нт}$ – коефіцієнти витоків і перетоків в насосі, що визначаються як відношення витоків і перетоків до одиниці тиску, м³/(с·Па);

p_n і $p_{зл}$ – тиск в лініях нагнітання і зливу (підживлення), МПа;

K_n – коефіцієнт урахування зміни витоків при регулюванні робочого об'єму насоса;

$\Delta q_{нд}$ – деформаційна витрата РР, що викликана її стисливістю

$$\Delta q_{нд} = \frac{V_n dp_n}{E dt}, \quad (3)$$

V_n і E – об'єм РР в нагнітальній порожнині насоса («мертвий» об'єм насоса і трубопроводу між насосом і гідромотором) [м³] і модуль пружності РР, МПа, відповідно.

В аксіальнопоршневому реверсивному насосі параметром регулювання робочого об'єму є кут повороту похилого диска від нейтрального положення у відносних значеннях $e = 0 \dots \pm 1$. Тоді теоретична подача насоса $q_{нт}$:

$$q_{нт,e} = q_{нт} \cdot e. \quad (4)$$

Після підстановки в формулу (1) значень (2...4), отримаємо

$$q_n = q_{нт} \cdot e - C_{ну} K_n p_n - C_{нт} K_n (p_n - p_{зл}) - \frac{V_n dp_n}{E dt}. \quad (5)$$

Математична модель гідромотора. Витрата через гідромотор визначається виразом

$$q_m = q_{мт} + \Delta q_{мт} + \Delta q_{мд}, \quad (6)$$

де $q_{мт} = W_m \omega_m$ – теоретична витрата гідромотора;

$$W_m = V_{рм} / 2\pi \text{ і } V_{рм} = 2\pi \cdot W_m - \text{характерний [м}^3/\text{рад]}$$

і робочий об'єм гідромотора [см³];

$$\omega_m = 2\pi \cdot n_m / 60 \text{ [рад/с] і } n_m = 30\omega_m / \pi \text{ [хв}^{-1}\text{]} -$$

кутова швидкість і частота обертання гідромотора;

Δq_m – зовнішні і внутрішні витоків гідромотора по аналогії з насосом

$$\Delta q_m = \Delta q_{му} + \Delta q_{мт} = C_{му} K_m p_m + C_{мт} K_m (p_m - p_{зл}), \quad (7)$$

де p_m , $C_{му}$ і $C_{мт}$ – тиск на вході в гідромотор [МПа] і коефіцієнти витоків і перетоків, м³/(с·Па);

K_m – коефіцієнт, що враховує зміну витоків і перетоків у гідромоторі при регулюванні робочого об'єму насоса і призводить до зміни частоти обертання гідромотора;

$\Delta q_{мд}$ – деформаційна витрата РР, що викликана її стисливістю в гідромоторі

$$\Delta q_{мд} = \frac{V_m dp_m}{E dt}, \quad (8)$$

V_m – «мертвий» об'єм гідромотора (об'єм між розподільним вузлом і поршневыми камерами).

Після підстановки у формулу (6) значень (7) і (8), отримаємо

$$q_m = W_m \omega_m + C_{му} K_m p_m + C_{мт} K_m (p_m - p_{зл}) + \frac{V_m dp_m}{E dt}. \quad (9)$$

Відмітимо, що для гідромотора з постійним робочим об'ємом на витоків і перетоки РР при регулюванні робочого об'єму насоса впливають деформаційна складова розміру зазорів (через зміну перепаду тисків від частоти обертання і швидкісна при зміні швидкості прецизійних пар і в'язкості РР в зазорах), тоді як геометричні співвідношення щілини ущільнювача в поршневій парі залишається незмінними.

Рівняння нерозривності за відсутності витоків в лінії насос-гідромотор має вигляд

$$q_n = q_m. \quad (10)$$

При роботі ОГП на високих тисках більше 25 МПа допускаємо рівність тисків на виході з насоса p_n і вході в гідромотор p_m , нехтуючи втратами тиску по довжині трубопроводу, що характерно, наприклад,

для ОГП нероздільного виконання. Ці допущення дозволяють виразити перепад тисків Δp в такому вигляді

$$p_{зл} \approx 0; \Delta p = p_m - p_{зл} = p_m \approx p_n, \quad (11)$$

і записати рівняння (5) і (9) таким чином

$$q_n(t) = q_{нт} \cdot e - C_{ny} K_n \Delta p - C_{нп} K_n \Delta p - \frac{V_n}{E} \frac{d\Delta p}{dt} = q_{нт} \cdot e - C_n K_n \Delta p - \frac{V_n}{E} \frac{d\Delta p}{dt}; \quad (12)$$

$$q_m(t) = W_m \omega_m + C_{my} K_m \Delta p + C_{мп} K_m \Delta p + \frac{V_m}{E} \frac{d\Delta p}{dt} = W_m \omega_m + C_m K_m \Delta p + \frac{V_m}{E} \frac{d\Delta p}{dt}. \quad (13)$$

де C_n і C_m – підсумкові значення коефіцієнтів витоків і перетоків насоса і гідромотора

$$C_n = (C_{ny} + C_{нп}); C_m = (C_{my} + C_{мп}). \quad (14)$$

Спільне рішення рівнянь (12) і (13) з урахуванням (14) призводить до виду

$$q_{нт} \cdot e - C_n K_n \Delta p - \frac{V_n}{E} \frac{d\Delta p}{dt} = W_m \omega_m + C_m K_m \Delta p + \frac{V_m}{E} \frac{d\Delta p}{dt};$$

$$\frac{d\Delta p}{dt} \frac{V_{нм}}{E} = q_{нт} \cdot e - W_m \omega_m - \Delta p (C_n K_n + C_m K_m); \quad (15)$$

$$\frac{d\Delta p}{dt} = ((q_{нт} \cdot e - W_m \omega_m - \Delta p (C_n K_n + C_m K_m)) \frac{E}{V_{нм}}),$$

де $V_{нм}$ – підсумковий «мертвий» об'єм насоса, гідромотора і трубопроводу між ними.

Рівняння (15) представлено у формі Коші, інтегруючи яке отримуємо перепад тисків

$$\Delta p = \int_0^t \frac{d\Delta p}{dt} dt. \quad (16)$$

Коефіцієнти K_n і K_m в рівняннях (15) є параметрами імітаційної моделі механізму повороту похилого диска і при регулюванні, як і параметр управління $e(t)$, змінюються від 0 до 1. Параметри $C_n K_n$ і $C_m K_m$ показують частку статичних об'ємних втрат насоса і гідромотора в сталому режимі в будь-який момент перехідного процесу.

Рівняння моментів на валу гідромотора запишемо у такому вигляді

$$M_m - M_c = J_c \cdot \frac{d\omega_m}{dt}, \quad (17)$$

де $M_m = M_{нт} \cdot \eta_{мгм} = W_m \cdot \Delta p \cdot \eta_{мгм}$ – крутний момент гідромотора;

$\Delta p = p_m - p_{зл}$ і $M_{нт} = W_m \cdot \Delta p$ – перепад тисків [МПа] і теоретичний крутний момент, Н·м;

$\eta_{мгм}$ – гідромеханічний ККД гідромотора

$$\eta_{мгм} = \frac{M_m}{M_{нт}} = \frac{M_{нт} - \Delta M_m}{M_{нт}} = 1 - \frac{\Delta M_m}{M_{нт}}, \quad (18)$$

$J_c = J_m + J_{пр} + J_{ро}$ – підсумковий момент інерції, що приведений до валу гідромотора і складається з моменту інерції обертових частин гідромотора, муфти і моменту інерції робочого органу, Н·м·с²/рад²;

M_c – момент опору (зовнішнього навантаження робочого органу та втрат на тертя), Н·м.

Момент опору, викликаний втратами потужності $N_{ж2}$ на рідинне тертя у гідромоторі [10–12]

$$M_{ж2} = \frac{N_{ж2}}{\omega_2} = k_{ж2} \mu D_2^4 \omega_2 (1 + c_{ж2} e_1^2). \quad (19)$$

Момент опору, викликаний втратами потужності на сухе тертя в гідромоторі в режимі холостого ходу N_n (умовно віднесений «на прокрутку» [10–12])

$$M_{n2} = N_{n2} / \omega_2 = k_{n2} D_2^3 / (1 + c_{n2} \omega_2 D_2 e_1^2). \quad (20)$$

Момент опору, викликаний втратами потужності на сухе тертя, залежне від перепаду тисків N_c [10–12]

$$M_{c2} = N_{c2} / \omega_2 = k_{c2} D_2^3 \Delta p / (1 + c_{c2} \omega_2 D_2 e_1^2). \quad (21)$$

ККД ОГП істотно залежить від втрат потужності в окремих гідромашинах, тому скористаємося методикою розрахунку ККД насоса і гідромотора [10–12] (індекси 1 і 2 відносяться до насоса і гідромотора)

$$\eta_{01} = \frac{N_i - N_y}{N_i} = 1 - \frac{N_y}{N_i}; \eta_{m1} = \frac{N_i}{N_i + N_{тр}} = \frac{1}{1 + N_{тр}/N_i}; \quad (22)$$

$$\eta_{02} = \frac{N_i}{N_i + N_y} = \frac{1}{1 + N_y/N_i}; \eta_{m2} = \frac{N_i - N_{тр}}{N_i} = 1 - \frac{N_{тр}}{N_i};$$

де η_{01} і η_{02} – об'ємний ККД насоса (коефіцієнт подачі) і гідромотора;

η_{m1} і η_{m2} – механічний (точніше, гідромеханічний) ККД насоса і гідромотора;

N_i , N_y і $N_{тр}$ – індикаторна (теоретична) потужність гідромашин і втрати потужності на витoki PP і тертя.

Витoki, які не залежать від швидкості, визначаються за формулою Пуазейля для еквівалентної щільності

$$Q_y^1 = \frac{\Delta p \cdot \delta^3 \cdot b}{12\mu \cdot l}, \quad (23)$$

де Δp – перепад тисків;

δ , b і l – радіальний зазор, периметр і довжина ущільнювального паска, відповідно;

μ – коефіцієнт динамічної в'язкості PP.

При розрахунку витоків PP, що залежать від швидкості обертання гідромашини, вводиться в розгляд відносна частота обертання

$$\bar{\omega} = \omega / \omega_{max}, \quad (24)$$

де ω і ω_{max} – поточне і максимальне значення частоти обертання гідромашини;

і потужність об'ємних втрат записують у вигляді

$$N_y = N_y^1(1 + c_y \bar{\omega}) = k_y^1 Q_y^1 \frac{\Delta p \cdot \delta^3 \cdot b}{12 \mu \cdot l} (1 + c_y \bar{\omega}), \quad (25)$$

де k_y^1 і c_y – коефіцієнт пропорційності і безрозмірний коефіцієнт, що враховує співвідношення першого (що не залежить від частоти обертання) і другого потоків РР.

Згідно (25) потужність об'ємних втрат пропорційна витокам Q_y^1 , не залежних від швидкості (23) і відносної частоти $\bar{\omega}$. Зазор δ приймається таким, що не відповідає масштабним змінам розмірів подібних гідромашин, тобто не є пропорційним їх характерному розміру з робочим об'ємом V_p

$$D = \sqrt[3]{V_p}, \quad (26)$$

а залежать тільки від фізичних процесів в щілинах.

Індикаторна (теоретична) потужність гідромашини

$$N_i = \Delta p \cdot Q = \Delta p \cdot V_p \cdot \omega \cdot e = \Delta p \cdot D^2 \cdot v \cdot \bar{\omega} \cdot e, \quad (27)$$

де $v = D \cdot \omega_{\max}$ і $e = V_p / V_{p\max}$ – характерна швидкість і параметр регулювання робочого об'єму гідромашини.

За допомогою необхідних співвідношень

$$v = D \cdot \omega_{\max}; \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_{\max}}; \quad \omega = \bar{\omega} \cdot \omega_{\max} = \frac{v \cdot \bar{\omega}}{D}, \quad (28)$$

отримаємо втрати потужності на витоки

$$\frac{N_y}{N_i} = \frac{1}{e} k_y \frac{\Delta p}{\mu \cdot D \cdot v \cdot \bar{\omega}} (1 + c_y \bar{\omega}), \quad (29)$$

а об'ємний ККД має таку форму запису для насоса

$$\eta_{01} = 1 - \frac{N_y}{N_i} = 1 - \frac{1}{e_1} k_{y1} \frac{\Delta p}{\mu \cdot D_1 \cdot v_1 \cdot \bar{\omega}_1} (1 + c_{y1} \bar{\omega}_1) = pr_1, \quad (30)$$

і гідромотора

$$\eta_{02} = \frac{1}{1 + \frac{N_{y2}}{N_{i2}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{e_2} k_{y2} \frac{\Delta p}{\mu \cdot D_2 \cdot v_2 \cdot \bar{\omega}_2} (1 + c_{y2} \bar{\omega}_2)} = \frac{1}{pr_5}, \quad (31)$$

де k_{y1} і k_{y2} – коефіцієнти пропорційності.

Втрати потужності на рідинне тертя визначаються на основі закону Ньютона з урахуванням прийнятої вище умови про незалежність зазору від характерного розміру гідромашини [10–12]

$$N_{ж} = k_{ж} \mu D^4 \omega^2 (1 + c_{ж} e^2). \quad (32)$$

На підставі закону Кулона і з урахуванням рекомендацій роботи [10–12] вираз для розрахунку втрат потужності на сухе тертя, залежних від перепаду тисків, має вигляд

$$N_c = \frac{k_c \omega D^3 \Delta p}{1 + c_c \omega D}. \quad (33)$$

Втрати потужності на прокручування не залежать від перепаду тисків (втрати на перемішування РР)

$$N_{п} = \frac{k_{п} \omega D^3}{1 + c_{п} \omega D}. \quad (34)$$

Механічний (гідромеханічний) ККД визначається за формулами:

– для насоса

$$\eta_{m1} = \frac{1}{1 + N_{тр}/N_i} = 1 / \left[1 + \frac{1}{e_1} (pr_2 + pr_3 + pr_4) \right], \quad (35)$$

– для гідромотора

$$\eta_{m2} = 1 - \frac{N_{тр}}{N_i} = 1 - \frac{1}{e_2} (pr_6 + pr_7 + pr_8). \quad (36)$$

Загальний ККД гідромашин визначають за формулами:

– для насоса

$$\eta_1 = \eta_{01} \cdot \eta_{m1} = pr_1 / \left[1 + \frac{1}{e_1} (pr_2 + pr_3 + pr_4) \right], \quad (37)$$

– для гідромотора

$$\eta_2 = \eta_{02} \cdot \eta_{m2} = \frac{1}{pr_5} \left[1 - \frac{1}{e_2} (pr_6 + pr_7 + pr_8) \right]. \quad (38)$$

Таким чином, з урахуванням прийнятих позначень та введення відповідних індексів (1 – насос; 2 – гідромотор) отримаємо формули для загального ККД гідромашин [10–12]:

– насоса

$$\eta_1 = \left(1 - \frac{1}{e_1} k_{y1} \frac{\Delta p}{\mu D_1 v_1 \bar{\omega}_1} (1 + c_{y1} \bar{\omega}_1) \right) / \left(1 + \frac{1}{e_1} \left[k_{ж1} \times \frac{\mu v_1 \bar{\omega}_1}{\Delta p} (1 + c_{ж1} e_1^2) \right] + \frac{k_{n1}}{\Delta p (1 + c_{n1} v_1 \bar{\omega}_1)} + \frac{k_{c1}}{1 + c_{c1} v_1 \bar{\omega}_1} \right) = \frac{\eta_{01}}{1 + \frac{1}{e_1} [pr_2 + pr_3 + pr_4]}; \quad \text{где } \eta_{01} = pr_1;$$

– гідромотора

$$\eta_2 = \left\{ 1 - \frac{1}{e_2} \left[k_{ж2} \frac{\mu v_2 \bar{\omega}_2}{\Delta p} (1 + c_{ж2} e_2^2) + \frac{k_{n2}}{\Delta p (1 + c_{n2} v_2 \bar{\omega}_2)} + \frac{k_{c2}}{1 + c_{c2} v_2 \bar{\omega}_2} \right] \right\} / \left(1 + \frac{1}{e_2} k_{y2} \times \frac{\Delta p}{\mu D_2 v_2 \bar{\omega}_2} (1 + c_{y2} \bar{\omega}_2) \right) = \frac{1 - \frac{1}{e_2} (pr_6 + pr_7 + pr_8)}{pr_5}.$$

Рівняння моментів (17) в нормальній формі Коші після інтегрування дає частоту обертання гідромотора

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \frac{1}{J_c}(M_m - M_c); \quad \omega_2 = \int_0^t \frac{d\omega_2}{dt} dt. \quad (41)$$

При аналізі рівняння (41) враховуємо, що моменти опору обертанню гідромотора бувають активні і пасивні. Пасивний момент виникає тільки тоді, коли робочий орган технологічної машини вступає у взаємодію з оброблюваним середовищем. За відсутності цієї взаємодії момент опору відсутній. У даній моделі маємо пасивний момент опору. При пуску, що зростає ступінчасто, пасивний момент M_c має знак «мінус» і за модулем більший, ніж рушійний момент M_m , що приводить до обертання валу гідромотора в протилежному напрямку. Такий рух суперечить реальному фізичному процесу і тому вводимо нерівність без такого руху, і адекватність натурному зразку стає вище

$$\omega_2 = \begin{cases} 0 & \text{при } \frac{1}{J_c} \int_0^t (M_m - M_c) dt = \omega_2^* \leq 0 \\ \omega_2^* & \text{при } \omega_2^* > 0 \end{cases}, \quad (42)$$

Введемо також в розгляд об'ємний модуль пружності $E_{ж}$ двофазної РР, зміст нерозчиненого повітря в РР у відносних одиницях m_0 та приведений об'ємний модуль пружності трубопроводу $E_{пр}$ з РР [4, 18].

Розглядаємо імітаційну модель регулювання робочого об'єму насоса шляхом введення параметра управління $e(t)$ [13], який є відношенням поточного кута $\alpha_d(t)$ до максимального кута $\alpha_{д,макс}$, тобто $e(t) = \alpha_d(t) / \alpha_{д,макс}$. При цьому $e(t)$ змінюється від 0 до 1. В якості початкових умов при інтегруванні приймаємо атмосферний тиск $p_n(0) = p_0$ і нульове значення частоти обертання гідромотора $\omega_m(0) = 0$ перед його пуском. Математичну модель ОГП представимо в програмі VisSim обчислювальними блоками за аналогією з [17].

Аналіз динаміки ОГП проводимо з частиною математичної моделі без рівнянь ККД, позначивши її ММа, а усю модель з рівняннями ККД – ММб. При цьому розглядаються: насос і гідромотор однакової конструкції і робочого об'єму на режимі пуску і виходу на усталений режим; метод інтегрування Рунге-Кутта 4-го порядку точності з дискретністю 0,0001 с; приймаємо допущення про лінійність зміни статичних втрат при пуску. Для аналізу перехідних процесів

використовуємо два режими (модуля) навантаження: ступінчастого і евристичного стадійного моменту шляхом розділення в часі моменту опору (зовнішнього навантаження на робочий орган) на постійну і змінну складові [17]. Розглянемо спочатку перехідний процес розгону гідромотора до моменту опору $M_c = 400$ Н·м на основі моделі ММа (рис. 2). Тут осцилограми отримані при зміні Δp і n_2 при постійному значенні газовмісту $m_0 = 0,15$ і різних способах навантаження ОГП при пуску. При запуску ОГП із ступінчастим навантаженням (рис. 2, а) процес відбувається із затухаючими високочастотними коливаннями і високими початковими амплітудами перепаду тисків до 180 МПа (при усталеному значенні $\Delta p = 25,6$ МПа) і частоти обертання $n_2 = 3500$ хв⁻¹ (при усталеному значенні $n_2 = 1470$ хв⁻¹). Коливання виникають через $t = 0,15$ с після запуску ОГП, тобто тільки після того, як рушійний момент гідромотора M_m стане більше моменту опору M_c і почнеться його обертання. Коливання затухають через $t = 1,05$ с після пуску. При пуску ОГП з евристичним модулем (рис. 2, б) на початковій ділянці рух відбувається з малим навантаженням, практично в режимі холостого ходу. При цьому виникають негармонійні коливання через $t = 0,1$ с після запуску ОГП і з максимальними амплітудами 45 МПа і 2250 хв⁻¹, які істотно менші, ніж на рис. 2, а. Усталені значення $\Delta p = 25,5$ МПа і $n_2 = 1476$ хв⁻¹ практично співпадають з режимом на рис. 2, а. Час загасання коливань на ділянці холостого ходу складає $t = 1,2$ с, на ділянці експоненціального наростання навантаження $t = 0,4$ с. Сигнал перемикання навантаження на ділянку експоненти і вихід на значення $M_c = 400$ Н·м поступає при $t = 1,2$ с (рис. 2, б).

При пуску ОГП з моделлю ММб і ступінчастому навантаженню (рис. 3, а) запуск ОГП відбувається із затухаючими високочастотними коливаннями і початковими амплітудами $\Delta p = 100$ МПа і $n_2 = 2000$ хв⁻¹ (при усталених значеннях $\Delta p = 23,2$ МПа і $n_2 = 1217$ хв⁻¹).

Коливання виникають через $t = 0,15$ с після запуску і затухають через $t = 0,4$ с. Пуск ОГП з евристичним модулем при малому навантаженні на початковій ділянці розгону гідромотора (рис. 3, б) аналогічний режиму на рис. 2, б.

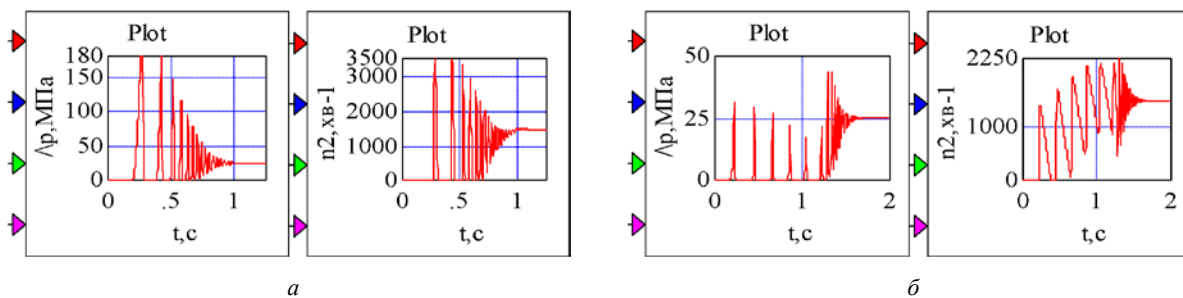


Рис. 2. Осцилограми пуску гідромотора з газовмістом в РР $m_0 = 0,15$ з навантаженням в моделі ММа: а – при ступінчастому навантаженні; б – з евристичним модулем стадійного навантаження

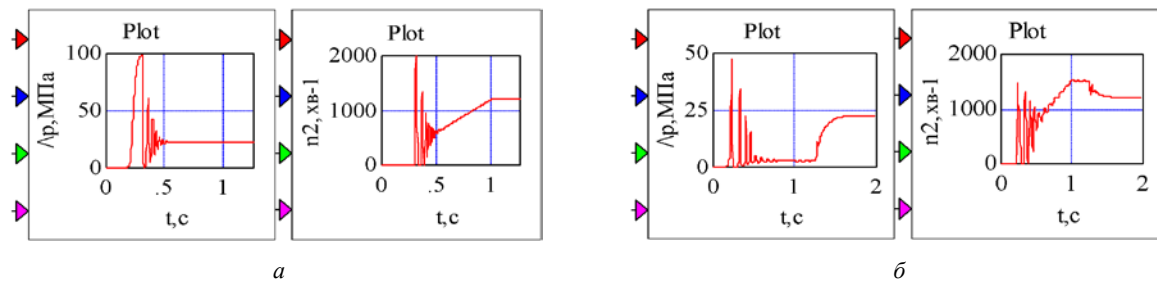


Рис. 3. Осцилограми пуску ОГП з газовмістом в РР $m_0 = 0,15$ при різних способах навантаження на основі моделі ММб: а – при ступінчастому навантаженні; б – з евристичним модулем стадійного навантаження

Коливання виникають через $t = 0,1$ с після запуску ОГП і їх максимальні значення складають $\Delta p = 48,3$ МПа і $n_2 = 1545$ хв⁻¹ (усталені значення $\Delta p = 23$ МПа і $n_2 = 1217$ хв⁻¹). Час загасання коливань на ділянці холостого ходу складає $t = 1,1$ с, на ділянці експоненціального наростання навантаження $t = 0,09$ с. Сигнал перемикання навантаження на ділянку експоненти і вихід на значення $M_c = 400$ Н·м поступає при $t = 1,2$ с (рис. 3, б).

Порівняння кривих на рис. 2 і 3 демонструє позитивність введення евристичного режиму пуску гідромотора. Реалізація такого режиму можлива в ОГП ряду машин, наприклад, приводах подачі верстатів або сільськогосподарських тракторів на початку режиму оранки. Отримані динамічні характеристики ОГП на моделях ММа і ММб показують:

- в моделі ММб, що враховує ККД гідромашин, спостерігається істотне зниження «пікових» значень тиску і частоти обертання гідромотора (від $\Delta p = 180$ МПа до $\Delta p = 100$ МПа в ММа і від $n_2 = 3500$ хв⁻¹ до $n_2 = 2000$ хв⁻¹ в ММб, тобто більш ніж в 1,7 рази);

- при стадійному навантаженні з евристичним модулем в моделі ММа рух на початковій ділянці виконується з малим навантаженням і коливання починаються через $t = 0,22$ с після запуску ОГП. При цьому коливання тиску вироджуються в серію імпульсів. На подальшій ділянці експоненціального навантаження, де момент опору M_c зростає з 50 Н·м до 400 Н·м за час від 1,3 до 1,7 с, виникають додаткові затухаючі коливання з початковою амплітудою $\Delta p = 35$ МПа. Крива n_2 на початковій ділянці характеризується негармонійними слабо затухаючими коливаннями до виходу гідромотора на усталену частоту обертання;

- при стадійному навантаженні з евристичним модулем в моделі ММб розгін гідромотора відбувається також з коливаннями при максимальних значеннях $\Delta p = 48,3$ МПа і $n_2 = 1545$ хв⁻¹, а при усталеному режимі $\Delta p = 23$ МПа і $n_2 = 1217$ хв⁻¹. Таким чином, введення евристичного модуля є ефективним засобом гасіння коливань в ОГП. З фізичної точки зору і математичним підтвердженням спостережуваних при моделюванні негармонійних затухаючих коливань є взаємний перехід кінетичної енергії в елементах, що

обертаються, в потенційну, накопичувану за рахунок стисливості РР.

Використання моделі ММб дозволяє уточнити значення зниження перепаду тисків (більш ніж на 2 МПа за рахунок збільшення гідромеханічного ККД) і зниження частоти обертання гідромотора (більш ніж на 200 хв⁻¹ за рахунок збільшення об'ємних втрат), що робить цю модель більше інформативною при рішенні конкретних завдань.

Вплив моменту інерції J_c на динамічні характеристики пуску досліджуваного ОГП з прийнятим як приклад можливим діапазоном $J_c = 0,024 \dots 0,12$ Н·м·с²/рад² приведений на рис. 4.

Розглянемо вплив збільшення параметра m_0 двофазної РР і моменту інерції на зниження коливань в ОГП. Перші дві криві на рис. 4, а отримані при $m_0 = 0,15$ і $J_c = 0,024$ Н·м·с²/рад² і представляють високочастотні коливання з часом загасання $t = 1,0$ с і початковими амплітудами $\Delta p = 180$ МПа і частотою обертання $n_2 = 3500$ хв⁻¹. Наступні дві криві отримані при $m_0 = 0,15$ і $J_c = 0,12$ Н·м·с²/рад² і характеризуються зниженням частоти коливань при початковій амплітуді $\Delta p = 180$ МПа і пониженою частотою n_2 до 2000 хв⁻¹. Перші дві криві на рис. 4, б отримані при моделюванні зі значеннями $m_0 = 0,025$ і $J_c = 0,024$ Н·м·с²/рад². Вони мають високу частоту коливань зі значеннями початкових амплітуд $\Delta p = 120$ МПа і частоту обертання до $n_2 = 2400$ хв⁻¹. Зниження коливань досягнуте за рахунок істотного зменшення газомісту з $m_0 = 0,15$ до $m_0 = 0,025$. Наступні дві криві на рис. 4, б отримані при $m_0 = 0,025$ і $J_c = 0,12$ Н·м·с²/рад² і характеризуються незмінною початковою амплітудою $\Delta p = 120$ МПа і істотно пониженою амплітудою $n_2 = 1250$ хв⁻¹. Таким чином, при збільшенні моменту інерції J_c в 5 разів від 0,024 до 0,12 Н·м·с²/рад² знижуються максимальні значення частоти обертання в два рази (від 2400 до 1250 хв⁻¹).

При подальшому збільшенні моменту інерції до $J_c = 1,0$ Н·м·с²/рад² (рис. 5, а) і незмінних інших параметрах число коливань кривої n_2 зменшилося до 2-х з початковою амплітудою $n_2 = 35$ хв⁻¹, а Δp – до 3-х з початковою амплітудою $\Delta p = 140$ МПа.

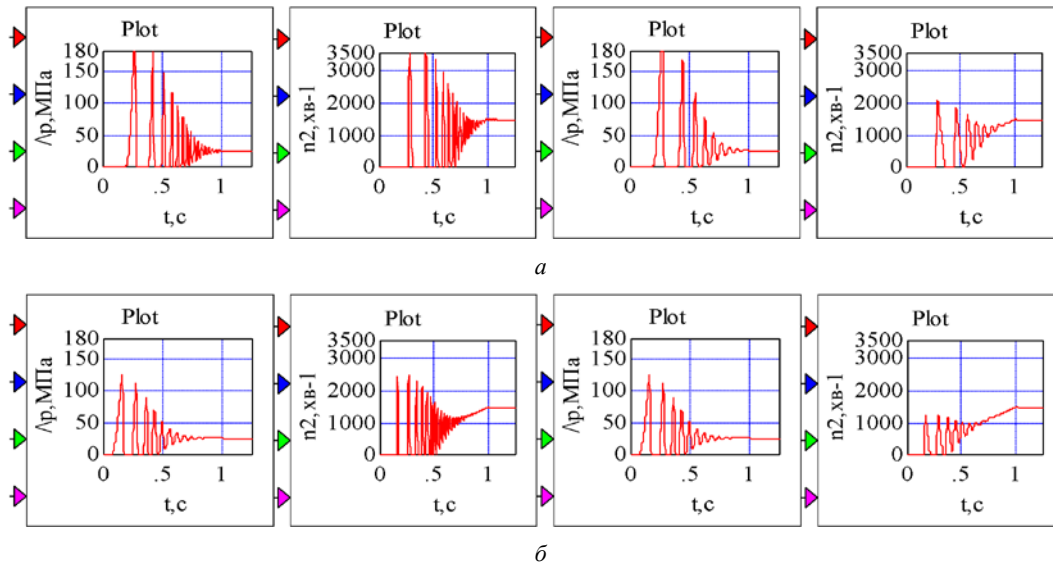


Рис. 4. Осцилограми Δp і n_2 пуску ОГП в моделі ММ з ступінчастим навантаженням 400 Н·м при граничних значеннях газозмісту m_0 і моментах інерції J_c :

a ($m_0 = 0,15$) – перші дві криві при $J_c = 0,024 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2/\text{рад}^2$, третя і четверта – при $J_c = 0,12 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2/\text{рад}^2$;
б ($m_0 = 0,025$) – перші дві криві при $J_c = 0,024 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2/\text{рад}^2$, третя і четверта – при $J_c = 0,12 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2/\text{рад}^2$

При подальшому збільшенні моменту інерції до $J_c = 1,0 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2/\text{рад}^2$ (рис. 5, *a*) і незмінних інших параметрах число коливань кривої n_2 зменшилося до 2-х з початковою амплітудою $n_2 = 35 \text{ хв}^{-1}$, а Δp – до 3-х з початковою амплітудою $\Delta p = 140 \text{ МПа}$. Збільшення моменту інерції удвічі до $J_c = 2,0 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2/\text{рад}^2$ (рис. 5, *б*) практично призводить до завершення коливального процесу для частоти обертання n_2 і подальший розгін до виходу на усталений рух зі значенням 1480 хв^{-1} йде по прямій.

У той же час збільшення моменту інерції не сприяє зниженню амплітуд коливань тиску, а тільки призводить до зниження їх частоти. Таким чином, високочастотні коливання частоти обертання гідромотора при пуску ОГП знижуються за рахунок збільшення моменту інерції мас, що обертаються, приведених до валу гідромотора. Розглянемо фізичну картину і математичний опис цього процесу. Гідромеханічна система, яку представляє досліджуваний ОГП, має три параметри: E , J_c і об'єм РР в трубопроводі $V_{\text{нм}}$ (15), поєднання значень яких впливають на характер перехідного процесу. Як впливає J_c при незмінних E і

$V_{\text{нм}}$ залежить від значень коренів рішення характеристичного рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами, яким описується ОГП.

Отримати цю аналітичну залежність із спільного рішення рівнянь ММБ відносно частоти обертання валу гідромотора складно. У роботі [14] для лінеаризованої моделі системи ОГП з гідроциліндром, що описується лінійним диференціальним рівнянням 2-го порядку з постійними коефіцієнтами, отримано вираз

$$T_{\Gamma} T_M \frac{d^2 \Delta v}{dt^2} + T_M \frac{d \Delta v}{dt} + \Delta v = K_{\text{вх}} \Delta x, \quad (43)$$

де T_{Γ} і T_M – гідравлічна і механічна постійні часу ОГП, с;

Δx , Δv і $K_{\text{вх}}$ – переміщення, приріст швидкості і коефіцієнт підсилення за швидкістю гідроциліндра.

Характеристичне рівняння однорідного диференціального рівняння (43) при правій частині, рівній нулю, має корені

$$r^2 + \frac{1}{T_{\Gamma}} r + \frac{1}{T_{\Gamma} T_M} = 0; \quad r_{1,2} = \frac{1}{2T_{\Gamma}} \pm \frac{1}{2T_{\Gamma}} \sqrt{\frac{T_M - 4T_{\Gamma}}{T_M}}. \quad (44)$$

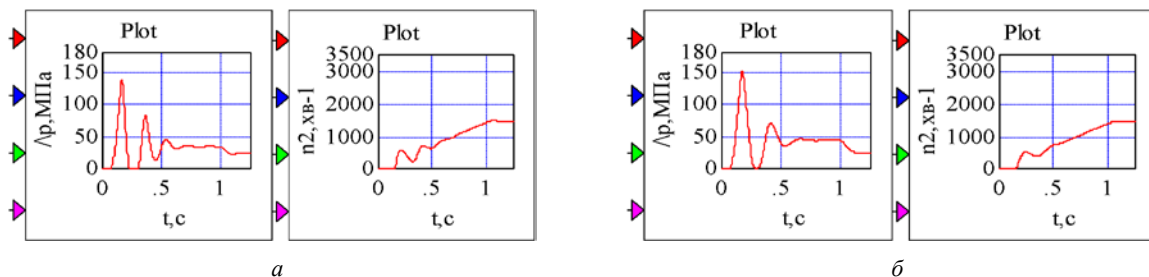


Рис. 5. Осцилограми пуску ОГП в моделі ММ з ступінчастим навантаженням 400 Н·м при газозмісті $m_0 = 0,025$ і двох збільшених моментах інерції:

a – $J_c = 1,0 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2/\text{рад}^2$; *б* – $J_c = 2,0 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^2/\text{рад}^2$

Якщо T_M менше $4T_G$, то корені комплексні і система коливається з малим демпфуванням. Зі збільшенням T_M більше $4T_G$ корені виразу (44) стають дійсними числами і система перестає бути коливальною. Представляючи лінеаризовану модель ОГП з гідромотором за методикою роботи [14] ми отримуємо аналогічний результат і підтвердження результатів моделювання нелінійної моделі.

На рис. 6 показані залежності зміни максимальних значень частоти обертання гідромотора An_2 при розгоні від параметра B двофазної РР (крива 1) і модуля об'ємної пружності E однофазної РР (крива 2). Оскільки максимальні значення перепаду тисків Δp практично не залежать від параметрів B і E ($\Delta p \approx 140$ МПа при $B = var$ і $\Delta p \approx 72$ МПа при $E = var$), то їх значення вказані тільки на відповідних кривих. При однаковому збільшенні параметрів B і E в діапазоні $B(E) = 800...1500$ МПа максимальна амплітуда частоти обертання знижується від $An_2 = 3250$ хв⁻¹ до $An_2 = 2910$ хв⁻¹ при роботі на двофазній рідині (B) і від $An_2 = 2250$ хв⁻¹ до $An_2 = 1650$ хв⁻¹ при роботі на однофазній (E) РР, а співвідношення частот обертання складає 1,1 і 1,4, відповідно.

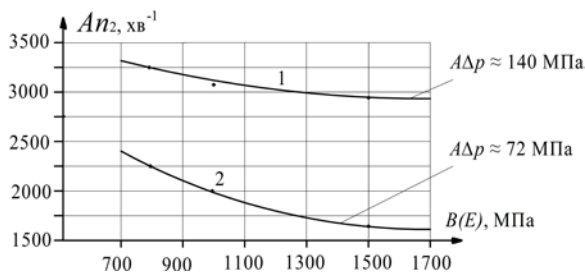


Рис. 6. Зміна частоти обертання гідромотора на режимі пуску від газомісту в РР:
1 – для двофазної РР (від B); 2 – для однофазної РР (від E)

Отримані результати підтверджують необхідність зниження газомісту в РР і повністю співпадають з вказівками розробників ОГП про необхідність дегазації РР перед запуском його в щозмінну експлуатацію [19, 20]. У зв'язку з істотним впливом параметрів B і E на максимальні значення

частоти обертання гідромотора при його пуску слід давати обґрунтування допущенню про сталість пружних властивостей РР.

В табл. 1 представлені результати розрахунків динаміки пуску ОГП згідно рис. 2–5.

Висновки. 1. Розроблена математична модель динаміки ОГП, що включає регульований насос і гідромотор з постійним робочим об'ємом, дозволяє досліджувати динаміку ОГП в режимі розгону і виявити високочастотні коливання тиску РР і частоти обертання гідромотора, та намітити шляхи розширення наукового пошуку в частині зниження коливань.

2. Високочастотні коливання при пуску ОГП, особливо для частоти обертання гідромотора, знижуються при збільшенні моменту інерції мас, що обертаються, приведених до валу гідромотора, аж до припинення коливань.

3. Математична модель ОГП, в яку вводять рівняння ККД, є більш інформативною та визначає вихідну потужність гідромотора як одного з найважливіших параметрів для споживача.

4. Двофазна РР викликає коливання в ОГП суттєво більші, ніж однофазна.

Список літератури

1. Григоров О. В. *Гідравлічний привод підйомно-транспортних, будівельних та дорожніх машин: навч. посіб.* Харків: НТУ «ХПІ», 2003. 264 с.
2. Токаренко В. М., Терских В. З., Столяров А. Л. *Гидропривод и гидрооборудование автотранспортных средств: учебн. посіб.* Київ: Лыбидь, 1991. 232 с.
3. Финкельштейн З. Л., Яхно О. М., Чебан В. Г., Лурье З. Я., Чекмасова И. А. *Расчет, проектирование и эксплуатация объемного гидропривода: учебн. посіб.* Київ: НТУ «ХПІ», 2006. 216 с.
4. Лурье З. Я., Николенко И. В., Рыжаков А. Н. Уравнение состояния и физико-механические характеристики рабочей жидкости при моделировании переходных процессов в гидроприводе. *Промислова гідраліка і пневматика*. 2013. № 3 (41). С. 49–58.
5. ДСТУ 3455.1-96. *Гідроприводи об'ємні та пневмоприводи. Частина 1. Загальні поняття. Терміни та визначення (ISO 5598:1985, NEQ)* / Нац. Стандарт України України. Київ: Держспоживстандарт України, 1998. 48 с.
6. *Radial Piston Motor. Type MR, MRE. DENISON CALZONI. RCOa 1806/03.03.* Bologna, Italy. 36 p.
7. *POCLAIN HYDRAULICS. SELECTION GUIDE 2011. 03.2011.* 45 p.
8. *DISC VALVE HYDRAULIC MOTORS TYPE MS, MSY, MT, MV. M+S HYDRAULIC.* Helicon₉₂. 2007. 59 p.
9. Sauer-Danfoss. Series 51. Series 51-1. Bent Axis Variable Displacement Motors. Technical Information. 520L0440-Rev. AE-Dec 2010. 111 p.

Таблиця 1 – Систематизовані дані динаміки пуску ОГП

Математична модель, режим, рисунок	Δp_{\max}	$\Delta p_{\text{вст}}$	$\Delta p_{\max}/\Delta p_{\text{вст}}$	n_{\max}	$n_{\text{вст}}$	$n_{\max}/n_{\text{вст}}$
ММа, рис. 2, а. Ступінчастий	180	25,6	7	3500	1470	2,38
ММа, рис. 2, б. Евристичний	45	25,5	1,76	2250	1470	1,53
ММб, рис. 3, а. Ступінчастий	100	23,2	4,3	2000	1217	1,64
ММб, рис. 3, б. Евристичний	48,3	23	2,1	1545	1217	1,27
Рис. 4, а. $J_c = 0,024 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2/\text{рад}^2, m_0 = 0,15$	180	25	7,2	3500	1470	2,4
Рис. 4, а. $J_c = 0,12 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2/\text{рад}^2, m_0 = 0,15$	180	25	7,2	2000	1470	1,4
Рис. 4, б. $J_c = 0,024 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2/\text{рад}^2, m_0 = 0,025$	120	25	4,8	2400	1470	1,63
Рис. 4, б. $J_c = 0,12 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2/\text{рад}^2, m_0 = 0,025$	120	25	4,8	1250	1470	0,85
Рис. 5, а. $J_c = 1,0 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2/\text{рад}^2, m_0 = 0,025$	140	25	5,6	35	1480	0,02
Рис. 5, б. $J_c = 2,0 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2/\text{рад}^2, m_0 = 0,025$	150	25	5,6	35	1480	0,02
Рис. 6. $E = 700$, крива 2	72	72	1	2910	1470	2,0
Рис. 6. $B = 1500$, крива 1	140	140	1	2250	1470	1,5

Примітки: Результати на рис. 4–6 отримані в моделі ММа.

10. Городецкий К. И. Механический КПД объемных гидромашин. *Вестник машиностроения*. 1977. № 7. С. 19–23.
11. Городецкий К. И., Михайлин А. А. КПД объемных гидропередач. *Тракторы и сельскохозяйственные машины*. 1979. № 9. С. 9–14.
12. Городецкий К. И., Михайлин А. А. Математическая модель объемных гидромашин. *Вестник машиностроения*. 1981. № 9. С. 14–17.
13. Блейз К. С., Данилов Ю. А., Казмирено В. Ф. *Следящие приводы. Ч. 2.* / ред. Чемоданов Б. К. Москва: Энергия, 1976. 384 с.
14. Гамынин Н. С. *Гидравлический привод систем управления*. Москва: Машиностроение, 1972. 376 с.
15. Навроцкий К. Л. *Теория и проектирование гидро- и пневмоприводов*. Москва: Машиностроение, 1991. 384 с.
16. Лепешкин А. В. Математическая модель, оценивающая КПД роторной гидромашин. *Привод и управление*. 2000. № 1. С. 17–19.
17. Лур'є З. Я., Самородов В. Б., Аврун Г. А., Цента Є. М. Метод поліпшення динамічних характеристик процесу пуску об'ємного гідропривода з замкненим ланцюгом циркуляції робочої рідини. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv: NTU "KhPI". 2019. No. 2. P. 68–76.
18. *Уравнение движения привода с учетом упругости жидкости*. URL: https://studref.com/525874/tehnika/uravnenie_dvizheniya_privoda_uchetom_uprugosti_zhidkosti (дата обращения: 30.03.2020).
19. *Bent-axis pumps and motors series BF10/BF20/BV10. Аксиально-поршневые насосы и гидромоторы с наклонным блоком*. Гидросила. 2015. 60 с.
20. *ДСТУ 4413:2002. Гідроприводи об'ємні. Загальні правила застосування (ISO 4413:1998, IDT)* / Нац. Стандарт України. Київ: Держспоживстандарт України, 2005. 34 с.
1. Hryhorov O. V. *Hidravlichnyy pryvod pidymno-transportnykh, budiveln'nykh ta dorozhnykh mashyn* [Hydraulic drive of hoisting and transport, construction and road machines]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2003. 264 p.
2. Tokarenko V. M., Terskikh V. Z., Stolyarov A. L. *Gidroprirod i gidrooborudovanie avtotransportnykh sredstv* [Hydraulic drive and hydraulic equipment of vehicles]. Kiev, Lybid' Publ., 1991. 232 p.
3. Finkel'shteyn Z. L., Yakhno O. M., Cheban V. G., Lur'e Z. Ya., Chekmasova I. A. *Raschet, proektirovanie i ekspluatatsiya ob'emnogo gidroprivoda* [Calculation, design and operation of the volumetric hydraulic drive]. Kiev, NTU "KPI" Publ., 2006. 216 p.
4. Lur'e Z. Ya., Nikolenko I. V., Ryzhakov A. N. *Uravnenie sostoyaniya i fiziko-mekhanicheskie kharakteristiki rabochey zhidkosti pri modelirovani perekhodnykh protsessov v gidroprivode* [The equation of state and physical and mechanical characteristics of the working fluid in the simulation of transient processes in the hydraulic drive]. *Promyslova hidravlika i pnevmatika*. 2013, no. 3 (41), pp. 49–58.
5. *DSTU 3455.1-96. Hidroprivody ob'yemni ta pnevmoprivody. Chastyna 1. Zahal'ni ponyattya. Terminy ta vyznachennya* [State Standard 3455.1-96. Volumetric hydraulic drives and pneumatic drives. Part 1. General. Terms and definitions]. Kyiv: Ukrainian Research and Training Center of Standardization, Certification and Quality Publ., 1998. 48 p.
6. *Radial Piston Motor. Type MR, MRE. DENISON CALZONI. RCOa 1806/03.03*. Bologna, Italy. 36 p.
7. *POCLAIN HYDRAULICS. SELECTION GUIDE 2011. 03.2011*. 45 p.
8. *DISC VALVE HYDRAULIC MOTORS TYPE MS, MSY, MT, MV. M+S HYDRAULIC. Helicon₂*. 2007. 59 p.
9. Sauer-Danfoss. Series 51. Series 51-1. Bent Axis Variable Displacement Motors. Technical Information. 520L0440-Rev. AE-Dec 2010. 111 p.
10. Gorodetskiy K. I. *Mekhanicheskiy KPD ob'emnykh gidromashin* [Mechanical efficiency of volume hydraulic machines]. *Vestnik mashinostroeniya*. 1977, no. 7, pp. 19–23.
11. Gorodetskiy K. I., Mikhaylin A. A. *KPD ob'emnykh gidroperedach* [Efficiency of volume hydraulic transmissions]. *Traktory i sel'skokhozyaystvennyye mashiny*. 1979, no. 9, pp. 9–14.
12. Gorodetskiy K. I., Mikhaylin A. A. *Matematicheskaya model' ob'emnykh gidromashin* [Mathematical model of volumetric hydraulic machines]. *Vestnik mashinostroeniya*. 1981, no. 9, pp. 14–17.
13. Bleyz K. S., Danilov Yu. A., Kazmirenko V. F. *Sledyashchie privody. Ch. 2* [Servo drives. Part 2]. Moscow, Energiya Publ., 1976. 384 p.
14. Gamynin N. S. *Gidravlicheskiy privod sistem upravleniya* [Hydraulic drive of control systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1972. 376 p.
15. Navrotskiy K. L. *Teoriya i proektirovanie gidro- i pnevmoprirodov* [Theory and design of hydraulic and pneumatic drives]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1991. 384 p.
16. Lepeshkin A. V. *Matematicheskaya model', otsenivayushchaya KPD rоторnoy gidromashiny* [Mathematical model evaluating the efficiency of a rotary hydraulic machine]. *Privod i upravlenie*. 2000, no. № 1, pp. 17–19.
17. Lur'ye Z. Ya., Samorodov V. B., Avrunin H. A., Tsenta Ye. M. *Metod polipsheniya dinamichnykh kharakterystyk protsesu pusk ob'yemnoho hidropriroda z zamknеныm lantsyuhom tsyrkulyatsiyi robochoy ridyny* [Method of improving of dynamic characteristics of the process of starting a volumetric hydraulic drive with the closed working fluid circuit]. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2019, no. № 2, pp. 68–76.
18. *Uravnenie dvizheniya privoda s uchetom uprugosti zhidkosti* [Equation of drive motion taking into account the elasticity of the fluid]. Available at: https://studref.com/525874/tehnika/uravnenie_dvizheniya_privoda_uchetom_uprugosti_zhidkosti (accessed 30.03.2020).
19. *Bent-axis pumps and motors series BF10/BF20/BV10. Аксиально-поршневые насосы и гидромоторы с наклонным блоком* [Bent axis-piston pumps and hydromotors]. Гидросила, 2015. 60 p.
20. *DSTU 4413:2002. Hidroprivody ob'yemni. Zahal'ni pravyla zastosuvannya* [State Standart 4413:2002. Volumetric hydraulic drives. General rules of application]. Kyiv: Ukrainian Research and Training Center of Standardization, Certification and Quality Publ., 2005. 34 p.

Надійшла (received) 17.09.2020

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Лур'є Зіновій Якович (Лурье Зиновий Яковлевич, Lurye Zinovii) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри «Гідравлічні машини ім. Г. Ф. Проскури», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2524-3861>; e-mail: zi.lurye@gmail.com

Самородов Вадим Борисович (Самородов Вадим Борисович, Samorodov Vadym) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Автомобіле- та тракторобудування», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2965-5460>; e-mail: samorodovvadimat@gmail.com

Аврунін Григорій Аврамович (Аврунин Григорий Аврамович, Avrunin Grigory) – кандидат технічних наук, доцент, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, доцент кафедри «Будівельні і дорожні машини», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0191-3149>; e-mail: griavrunin@ukr.net

Цента Євген Миколайович (Цента Евгений Николаевич, Tsenta Yevhen) – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Гідравлічні машини ім. Г. Ф. Проскури», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2607-2294>; e-mail: tsenta.en@gmail.com