

О. М. ЯХНО, А. Н. МАМЕДОВ, С. В. СТАСЬ

ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ДЕСТАБИЛИЗАЦИЮ ПОТОКА В КАНАЛЕ

В некоторых гидравлических системах, имеющих регулирующее оборудование, точное определение потерь энергии на коротких участках каналов может оказывать существенное влияние на корректный режим работы оборудования в целом. Под действием сил инерции от конвективного ускорения может наблюдаться существенная деформация поля скоростей, напряжений, появляться дополнительный перепад давления. Для такого вида течения существует несколько методов, позволяющих управлять потоками. Одним из таких методов для аномально-вязких сред, обладающих свойством электропроводности, является метод, связанный с воздействием на поток поперечного магнитного поля. При взаимодействии поперечного магнитного поля с электропроводным потоком жидкости наряду с массовыми силами, имеющими инерционную природу, появляются пондеромоторные силы, имеющие электромагнитную природу. Как показали исследования, пондеромоторные силы могут быть представлены в виде двух составляющих: магнитной и электрической. Исследования позволили определить влияния пондеромоторных сил на характеристики потока на гидродинамическом начальном участке. Рассматривались случаи при различных соотношениях сил инерции к магнитным силам, то есть при различных значениях числа Рейнольдса. Опыты проводились с электропроводными жидкостями в капиллярах при наличии поперечного магнитного поля, напряженность которого могла изменяться. На основании опытов были получены графические зависимости расхода и средней скорости потока от величины напряженности магнитного поля. Результаты экспериментов подтвердили наличие эффекта торможения потока за счет величины напряженности поперечного магнитного поля. Торможение потока влияет на длину гидродинамического начального участка, которая в данном случае является функцией критерия Гартмана и критерия Рейнольдса.

Ключевые слова: гидродинамический начальный участок, пондеромоторные силы, магнитное поле, вязкие и аномально-вязкие жидкости, деформация поля скоростей, дестабилизация.

О. М. ЯХНО, А. Н. МАМЕДОВ, С. В. СТАСЬ

ВПЛИВ ПОПЕРЕЧНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА ДЕСТАБІЛІЗАЦІЮ ПОТОКУ В КАНАЛІ

У деяких гідролічних системах, що мають регулююче обладнання, точне визначення втрат енергії на коротких ділянках каналів може мати суттєвий вплив на коректний режим роботи обладнання в цілому. Під дією сил інерції від конвективного прискорення може спостерігатися істотна деформація поля швидкостей, напруг, з'являється додатковий перепад тиску. Для такого виду течії існує кілька методів, що дозволяють управляти потоками. Одним з таких методів для аномально-в'язких середовищ, що володіють властивістю електропровідності, є метод, пов'язаний з впливом на потік поперечного магнітного поля. При взаємодії поперечного магнітного поля з електропровідним потоком рідини поряд з масовими силами, що мають інерційну природу, з'являються пондеромоторні сили, які мають електромагнітну природу. Як показали дослідження, пондеромоторні сили можуть бути представлені у вигляді магнітної і електричної складових. Дослідження дозволили визначити вплив пондеромоторних сил на характеристики потоку на гідродинамічній початковій ділянці. Розглядалися випадки при різних співвідношеннях сил інерції до магнітних сил, тобто при різних значеннях числа Рейнольдса. Досліди проводилися з електропровідними рідинами в капілярах при наявності поперечного магнітного поля, напруженість якого могла змінюватися. Результати дослідів дозволили отримати графічні залежності витрати і середньої швидкості потоку від величини напруженості магнітного поля. Результати експериментів підтвердили наявність ефекту гальмування потоку за рахунок величини напруженості поперечного магнітного поля. Гальмування потоку впливає на довжину гідродинамічного початкового ділянки, яка в даному випадку є функцією критеріїв Гартмана і Рейнольдса.

Ключові слова: гідродинамічна початкова ділянка, пондеромоторні сили, магнітне поле, в'язкі рідини, аномально-в'язкі рідини, деформація поля швидкостей, дестабілізація.

O. YAKHNO, A. MAMEDOV, S. STAS

INFLUENCE OF TRANSVERSE MAGNETIC FIELD ON FLOW DESTABILIZATION IN THE CHANNEL

In some hydraulic systems which have regulating equipment, right meanings of energy losses in short sections of channels may have a significant influence on the rational working mode of equipment in general. Under the action of inertial forces from convective acceleration can observed significant deformation of the velocity field, tensions and of course additional pressure drops appear. There are several methods that allow flow control for this type of flow. One of such methods for abnormally viscous media having the property of electrical conductivity is a method connected to the impact on the flux of a transverse magnetic field. In the cooperation transverse magnetic field with an electrically conductive fluid flow with massive forces, having an inertial nature, appear ponderomotive forces, having an electromagnetic nature. Studies shown that ponderomotive forces can be represented as two components: magnetic and electric. Studies have allowed to determine the influence of ponderomotive forces on flow characteristics at the hydrodynamic initial section. Were considered cases with different ratios of inertia forces to magnetic, that is meaning - different values the Reynold number. The experiments were conducted with electrically conductive liquids in thin tubes in the presence of a transverse magnetic field, whose tension could vary. Were obtained graphical dependencies of flow and average flow rate of the magnitude of magnetic field, based on the experiments. The results of the experiment confirmed the effect of flow inhibition thanks to the magnitude of the transverse magnetic field. Flow braking affects the length of the hydrodynamic initial section, which in this case is a function of the Hartman number and Reynold number.

Keywords: hydrodynamic initial section, ponderomotive forces, magnetic field, viscous and abnormally viscous fluids, deformation of the velocity field, destabilization.

Введение и анализ основных исследований.

Достижения в области численных методов, развитие различных современных вычислительных технологий и использование новых численных алгоритмов при моделировании магнитной гидродинамики позволяют

проводить анализ влияния магнитного поля на жидкостные динамические потоки. Таким образом, теоретические расчеты могут быть подтверждены либо опровергнуты различными мощными вычислительными инструментами. А поскольку

количество технологических применений, основанных на потоках проводящих жидкостей через каналы различных поперечных сечений, находящихся под воздействием поперечного магнитного поля, продолжает возрастать, можно утверждать о значимости соответствующих исследований. Становится возможным определять величину влияния внешнего электромагнитного возбуждения, геометрических размеров канала на распределение скорости, давления, ускорения исследуемых потоков жидкостей. Многочисленные примеры полученных решений могут иметь разнообразные практические применения. Например, электростатические силы могут деформировать поперечное сечение незаряженной цилиндрической [1], плоской [2] или струи произвольной формы [3] вдоль силовых линий поля.

Представление систематизированной картины знаний о взаимодействии магнитных жидкостей с внешним полем [4–8] позволяет получить множественные применения для совершенно разных реальных практических целей [9–13].

Вопросам влияния магнитного поля на течение вязких и аномально-вязких жидкостей в каналах посвящен ряд исследований магнитной гидродинамики, которые позволяют сделать некоторые заключения о взаимодействии между силами с магнитной природой и силами инерции от конвективного ускорения. В уравнениях движения потока в магнитном поле силы инерции от конвективного ускорения представлены величиной $\rho(\vec{v}\nabla)\vec{v}$, а силы, характеризующие магнитную природу, соответственно, $\frac{1}{c}[\vec{j}\times\vec{B}]$ и $\text{div}\vec{v}$, где \vec{v} – скорость потока; \vec{j} – плотность тока; \vec{B} – индукция магнитного поля; c – скорость света; ∇ – лапласиан; ρ – плотность жидкости.

Таким образом, для течения в магнитном поле суммарные массовые силы, действующие на поток, могут быть представлены в виде следующей суммы:

$$\vec{F}_{\text{сум}} = F_{in} + \vec{F}_{\text{пм}} = \rho\vec{a} + \frac{1}{\sigma}[\vec{j}\times\vec{B}], \quad (1)$$

где σ – удельная проводимость;

\vec{F}_{in} – сила инерции;

$\vec{F}_{\text{пм}}$ – пондеромоторная сила.

В зависимости от соотношения между силами с магнитной природой и силами инерции от конвективного ускорения может проявляться степень дестабилизации течения [14, 15]. В приведенном выше соотношении \vec{F}_{in} характеризует массовые силы неэлектромагнитного соотношения (силы тяжести, центробежные силы). Второе слагаемое $\vec{F}_{\text{пм}}$ – силы электромагнитного взаимодействия, пондеромоторные силы. Пондеромоторная сила определяется как величина:

$$[\vec{j}\times\vec{B}] = (\text{rot}\vec{B})\times\frac{\vec{B}}{\mu^*} = \frac{(\vec{B}\text{grad})\vec{B}}{\mu^*} - \frac{\text{grad}\vec{B}}{2\mu^*}, \quad (2)$$

где μ^* – магнитная проницаемость.

Пондеромоторные силы могут быть представлены в виде двух слагаемых, имеющих электрическую (\vec{F}_M) и магнитную ($\vec{F}_{\text{эл}}$) природу, а именно:

$$\vec{F}_M = [\vec{j}\times\vec{B}] + \frac{\mu^* - \mu_0^*}{2\mu^*} \nabla\vec{B}^2, \quad (3)$$

$$\vec{F}_{\text{эл}} = \rho_e\vec{E} + \frac{e^-e_0}{2e} \nabla\vec{E}^2, \quad (4)$$

где ρ_e – плотность среды;

e^- – электрическая проницаемость.

В зависимости от реологических свойств рассматриваемой жидкости, степень влияния магнитного поля на поток может быть различной и определяется соотношением между величиной $\rho(\vec{v}\nabla)\vec{v}$

и величиной $\frac{1}{\sigma}[\vec{j}\times\vec{B}]$. Решая задачи о воздействии магнитных сил, возникает необходимость определения зависимости между величинами \vec{v} , ρ , \vec{B} , \vec{j} , φ для начального участка. Таким образом, возникает необходимость дать оценку действия пондеромоторной силы на дестабилизацию потока (например, на гидродинамическом начальном участке как в канале, так и в формируемых гидравлических струях). Анализируя уравнения движения, можно сделать следующие выводы о силах, действующих в потоке на начальном участке дестабилизирующего течения. Рассматриваемые силы можно представить как сумму сил вязкого трения, сил инерции и массовых сил, имеющих магнитную природу. В целом ряде исследований замечено, что при такой формулировке возможна аналогия между силами инерции и массовыми силами с магнитной природой. Влияние массовых сил, имеющих магнитную природу, и их соотношение с силами инерции по данным Шерклифа, может быть оценено критерием Альфвена, физическую суть которого можно представить следующим образом:

$$\frac{\text{силы инерции}}{\text{магнитная сила}} \approx \frac{\rho\vec{v}^2/d}{\vec{B}^2/\mu^*} = \left(\frac{v}{B}\right)^2 = \text{Re}_m \cdot S, \quad (5)$$

где Re_m – магнитное число Рейнольдса;

d – диаметр канала;

B – индукция магнитного поля;

S – площадь поперечного сечения канала.

Как показали исследования гидродинамического начального участка в каналах, формирование потока на нем осуществляется таким образом, что в

пристенной области формируется пограничный слой, то есть, обеспечивается торможение потока за счет сил вязкого трения [16], а в ядре потока наблюдается ускоренное движение жидкости [17, 18]. В то же время, магнитное поле обеспечивает торможение потока в целом [19].

Оценка влияния поперечного магнитного поля. На основании анализа структуры потока на начальном участке и, воспользовавшись теоремой, можно сделать заключение, что область дестабилизированного течения в магнитном поле в существенной степени зависит от двух критериев (соответственно Рейнольдса и Гартмана):

$$Re = \frac{v_{cp} \cdot d}{\lambda}, \quad (6)$$

$$Ha = Bd \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^{1/2}, \quad (7)$$

где v_{cp} – средняя скорость потока;

λ – кинематическая вязкость;

Re_n – инерционное число Рейнольдса;

Re_m – магнитное число Рейнольдса.

Область дестабилизированного течения, то есть, длина гидродинамического участка L_{Hy} , в этом случае может определяться как функция

$$\left(L_{Hy} \right)_{мп} = F \left(Re_n, Re_m, Ha \right), \quad (8)$$

где индекс МП указывает на действие магнитного поля.

В связи с этим возникает необходимость выявления, в какой степени поперечное магнитное поле может способствовать торможению потока [20], то есть противодействовать силам инерции от конвективного ускорения. С этой целью были проведены исследования электропроводных магнитных жидкостей в капиллярах различной длины и определены факторы, способствующие торможению потока жидкости. Что касается массовых сил, имеющих магнитную природу, то их влияние при определенных условиях определяется соотношением между критерием Рейнольдса и критерием Гартмана [21], и указывает на торможение потока жидкости. Результаты ранее проведенных опытов показали, что наличие магнитного поля может приводить к гашению вихревых потоков. Интенсивность данного процесса может быть оценена на основании критерия Гартмана:

$$Ha = Bd \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}. \quad (9)$$

В результате эксперимента, проведенного авторами, проводилась оценка влияния поперечного магнитного поля на стенде, рабочими элементами которого являлись капилляры различной длины, имеющие диаметр $d = 2,62 - 4,35$ мм. Поперечное

магнитное поле обеспечивалось действием постоянных магнитов.

В процессе эксперимента измерялись реологические характеристики электропроводной рабочей жидкости с помощью вискозиметра Rheotest 2M, температура, расход и средняя скорость жидкости при наличии и отсутствии поперечного магнитного поля. В качестве примера на рис. 1 представлены реологические характеристики используемой рабочей жидкости при температуре 18 °С.

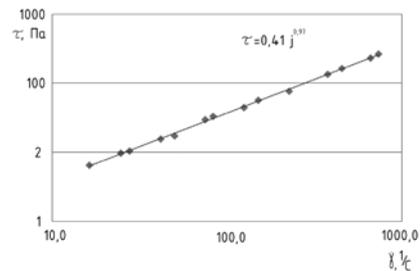


Рис. 1. График зависимости $\tau = f(\dot{\gamma})$

Как видно из рис. 1, реологическое поведение данной жидкости соответствует ньютоновскому закону [22]. Измерение расхода жидкости в капиллярах при наличии и отсутствии поперечного магнитного поля позволила получить зависимости следующего вида (рис. 2).

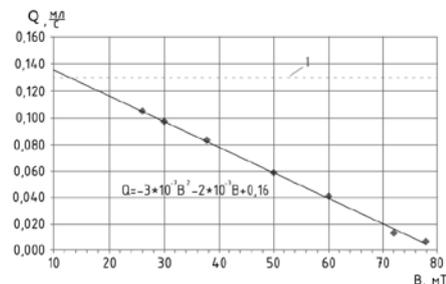


Рис. 2. График зависимости $Q = f(B)$

Анализ данного графика (рис. 2) показывает, что наличие магнитной индукции приводит к торможению потока. Кривая 1 характеризует расход без магнитного поля. Число Рейнольдса для кривой 1 составляла $0,0219 < Re < 0,123$. Таким образом, при достаточно низких числах Рейнольдса существенным образом проявлялось действие поперечного магнитного поля. На рис. 3 и рис. 4 представлены зависимости скорости от магнитной индукции, которые могут быть описаны в виде следующих полиномов, представленных соответственно на рис. 3 и рис. 4.

$$Q = 5 \cdot 10^{-5} B^2 - 6,6 \cdot 10^{-3} B + 0,24; \quad (10)$$

$$Q = 5 \cdot 10^{-3} B^2 - 6,3 \cdot 10^{-2} B + 2,3. \quad (11)$$

Как видно из данных зависимостей, коэффициенты приведенных выше полиномов являются размерными величинами и на основании

анализа этих размерностей можно судить о факторах, влияющих на функциональные зависимости $Q = f(B)$ и $v = f(B)$.

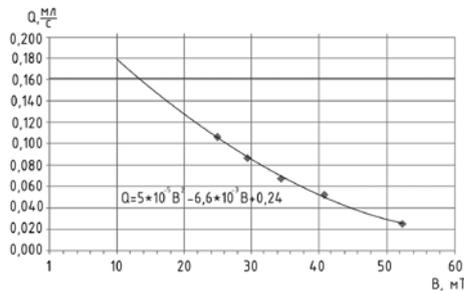


Рис. 3. График зависимости $Q = f(B)$

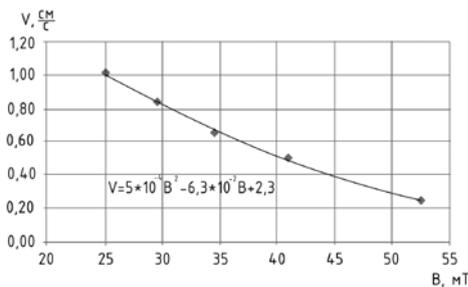


Рис. 4. График зависимости $v = f(B)$

Анализ представленных результатов и исследования, связанные с определением сил трения вязкой жидкости в магнитном поле, дают основание сделать выводы о торможении потока электропроводной неньютоновской жидкости за счет интенсивности поперечного магнитного поля, то есть, в данном случае, пондеромоторные силы способствуют торможению потока жидкости.

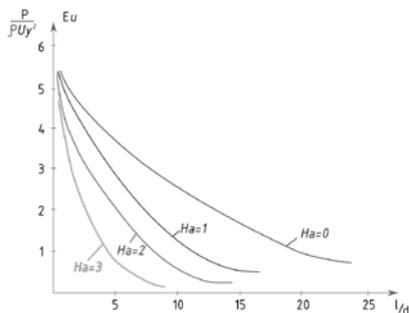


Рис. 5. Изменение перепада давления на начальном участке по длине канала при фиксированном значении Re и различных значениях Ha

Указанный эффект сказывается на величине длины гидродинамического начального участка, которая, как отмечалось ранее, являлась функцией двух основных критериев: критерия Рейнольдса и критерия Гартмана. Предварительные исследования, связанные с измерением длины начального участка в магнитном поле, позволили построить качественную картину зависимости $Eu = f(l/d)$.

Данная зависимость находится в полном соответствии с результатами исследований начального участка, представленных ранее Шерклифом.

Выводы. Исследование течения электропроводных аномально-вязких жидкостей в поперечном магнитном поле показали, что при достаточно большом соотношении сил инерции к массовым силам, имеющим магнитную природу, может наблюдаться существенное «торможение» на гидродинамическом начальном участке, приводящее к изменению его длины. Основными критериями, характеризующими данный процесс, являются критерий Рейнольдса и критерий Гартмана, а степень влияния магнитного поля, как и длины гидродинамического начального участка, характеризуется соотношением (5).

Данные опыты показали, что при приведенных результатах эксперимента соотношения между числами Рейнольдса и Гартмана представлениями о гидродинамическом начальном участке можно пренебречь, то есть в рассматриваемом случае течение близко к течению Гартмана. В то же время в данном случае наблюдается дестабилизация потока за счет действия поперечного магнитного поля, способствующее его торможению на рассматриваемой длине капилляра.

Список литературы

1. Волков Н. Б., Зубарев Н. М., Зубарева О. В. Точные решения задачи о форме незаряженной струи проводящей жидкости в поперечном электрическом поле. *ЖЭТФ*. 2016. Т. 149, № 5. С. 1096–1101.
2. Zubarev N., Zubareva O. Exact particular solution for the blade-like surface configuration of a conducting liquid in an external electric field. *Journal of Physics: Conference Series*: 1147 012085. 2019. P. 1–8. doi: 10.1088/1742-6596/1147/1/012085
3. Behjatian A., Esmaceli A. Equilibrium shape and hysteresis behavior of liquid jets in transverse electric fields. *Journal Electrostat.* 2015. Vol. 75. P. 5–13.
4. Biskamp D. *Nonlinear Magnetohydrodynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 378 p.
5. Davidson P. *Introduction to Magnetohydrodynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. 572 p. doi: 10.1017/97813166672853
6. Goedbloed H., Keepens R., Powers S. *Magnetohydrodynamics of Laboratory and Astrophysical Plasmas*. Cambridge: Cambridge University Press, 2019. 996 p.
7. Reyes V. G. *Perspectives in Magnetohydrodynamics Research*. Nova Science Publishers, 2011. 142 p.
8. Zheng L. *Topics in Magnetohydrodynamics*. Intech, 2012. 219 p.
9. Tran C., Yu X., Blackburn L. Two-dimensional magnetohydrodynamic turbulence in the limits of infinite and vanishing magnetic Prandtl number. *Journal of Fluid Mechanics*. 2013. Vol. 725. P. 195–215. doi: 10.1017/jfm.2013.193
10. Bluck M., Wolfendale M. An analytical solution to electromagnetically coupled duct flow in MHD. *Journal of Fluid Mechanics*. 2015. Vol. 771. P. 595–623. doi:10.1017/jfm.2015.202
11. Smolentsev S., Xu Z., Pan Ch., Abdou M. Numerical and experimental studies of MHD flow in a rectangular duct with a non-conducting flow insert. *Magnetohydrodynamics*. 2010. Vol. 46, no. 1. P. 99–111.
12. De Corato M., Garbin V. Capillary interactions between dynamically forced particles adsorbed at a planar interface and on a bubble. *Journal of Fluid Mechanics*. 2018. Vol. 847. P. 71–92. doi:10.1017/jfm.2018.319
13. Grzybowski B. A., Stone H. A., Whitesides G. M. Dynamic self-assembly of magnetized, millimetre-sized objects rotating at a liquid–air interface. *Nature*. 2000. Vol. 405 (6790). P. 1033–1036.
14. Galtier S. *MHD Turbulence*. In *Introduction to Modern Magnetohydrodynamics* Cambridge. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. P. 196–221. doi: 10.1017/CBO9781316665961.016
15. Bigot B., Galtier S., Politano H. Development of anisotropy in incompressible magnetohydrodynamic turbulence. *Physical*

- Review E. 2008. Vol. 78, issue 6. P. 33–39. doi: 10.1103/PhysRevE.78.066301
16. Mamedov A., Stas S. Influence of surface roughness of channel on friction coefficient of electrically conducting fluids. *Journal of the Technical University of Gabrovo*. 2018. Vol. 57. P. 16–19. URL: <https://mc04.manuscriptcentral.com/jtug> (дата обращения: 01.04.2019).
 17. Яхно О. М., Матиега В. М., Кривошеев В. С. *Гидродинамический начальный участок*. Черновцы: Зелена Буковина, 2004. 141 с.
 18. Яхно О. М., Семинская Н. В., Колесников Д. В., Стась С. В. Дестабилизация потока в канале с изменяющимся по длине расходом. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2014. Т. 3, № 7 (69). С. 45–49. doi: 10.15587/1729-4061.2014.24658
 19. Temperley D. J., Todd L. The effects of wall conductivity in magnetohydrodynamic duct flow at high Hartmann numbers. *In Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. Cambridge: Cambridge University Press. 1971. Vol. 69. P. 337–351.
 20. Davidson P. *The Fundamentals of MHD. An Introduction to Magnetohydrodynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. P. 452.
 21. Larsen J. Magnetohydrodynamics. *In Foundations of High-Energy-Density Physics: Physical Processes of Matter at Extreme Conditions*. 2017. P. 576–624. doi: 10.1017/9781316403891.012
 22. Davidson P. *The Fundamentals of Incompressible MHD. In Introduction to Magnetohydrodynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. P. 121–304. doi: 10.1017/9781316672853.008
 9. Tran C., Yu X., Blackburn L. Two-dimensional magnetohydrodynamic turbulence in the limits of infinite and vanishing magnetic Prandtl number. *Journal of Fluid Mechanics*. 2013, vol 725, pp. 195–215. doi: 10.1017/jfm.2013.193
 10. Bluck M., Wolfendale M. An analytical solution to electromagnetically coupled duct flow in MHD. *Journal of Fluid Mechanics*. 2015, vol. 771, pp. 595–623. doi:10.1017/jfm.2015.202
 11. Smolentsev S., Xu Z., Pan Ch., Abdou M. Numerical and experimental studies of MHD flow in a rectangular duct with a non-conducting flow insert. *Magnetohydrodynamics*. 2010, vol. 46, no. 1, pp. 99–111.
 12. De Corato M., Garbin V. Capillary interactions between dynamically forced particles adsorbed at a planar interface and on a bubble. *Journal of Fluid Mechanics*. 2018, vol. 847, pp. 71–92. doi:10.1017/jfm.2018.319
 13. Grzybowski B. A., Stone H. A., Whitesides G. M. Dynamic self-assembly of magnetized, millimetre-sized objects rotating at a liquid–air interface. *Nature*. 2000, vol. 405 (6790), pp. 1033–1036. doi:10.1017/jfm.2018.319
 14. Galtier S. *MHD Turbulence. In Introduction to Modern Magnetohydrodynamics Cambridge*. Cambridge, Cambridge University Press Publ., 2016. P. 196–221. doi: 10.1017/CBO9781316665961.016
 15. Bigot B., Galtier S., Politano H. Development of anisotropy in incompressible magnetohydrodynamic turbulence. *Physical Review E*. 2008, vol. 78, issue 6, pp. 33–39. doi: 10.1103/PhysRevE.78.066301
 16. Mamedov A., Stas S. Influence of surface roughness of channel on friction coefficient of electrically conducting fluids. *Journal of the Technical University of Gabrovo*. 2018, vol. 57, pp. 16–19. Available at: <https://mc04.manuscriptcentral.com/jtug> (accessed 01.04.2019).
 17. Jakhno O. M., Matiega V. M., Krivosheev V. S. *Gidrodinamicheskij nachal'nyj uchastok* [Hydrodynamic initial section]. Chernovcy, Zelena Bukovina Publ., 2004. 141 p.
 18. Yakhno O. M., Seminskaya N. V., Kolesnikov D. V., Stas S. V. Destabilizatsiya potoka v kanale s izmenyayuschimsya po dlينه rashodom [Destabilization of flow in the channel with variable flow length]. *Vostochno-Evropeyskiy zhurnal peredovyih tekhnologiy*. 2014, vol. 3, no. 7 (69), pp. 45–49. doi: 10.15587/1729-4061.2014.24658
 19. Temperley D. J., Todd L. The effects of wall conductivity in magnetohydrodynamic duct flow at high Hartmann numbers. *In Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. Cambridge, Cambridge University Press Publ., 1971, vol. 69, pp. 337–351.
 20. Davidson P. *The Fundamentals of MHD. An Introduction to Magnetohydrodynamics*. Cambridge, Cambridge University Press Publ., 2001. 452 p.
 21. Larsen J. Magnetohydrodynamics. *In Foundations of High-Energy-Density Physics: Physical Processes of Matter at Extreme Conditions*. 2017, pp. 576–624. doi: 10.1017/9781316403891.012
 22. Davidson P. *The Fundamentals of Incompressible MHD. In Introduction to Magnetohydrodynamics*. Cambridge, Cambridge University Press Publ., 2016. P. 121–304. doi: 10.1017/9781316672853.008

References (transliterated)

1. Volkov N. B., Zubarev N. M., Zubareva O. V. Tochnye resheniya zadachi o forme nezarjzhennoj strui provodjashhej zhidkosti v poperechnom jelektricheskom pole [Exact solutions to the problem of the form of an uncharged jet of conducting fluid in a transverse electric field]. *ZhJeTF*. 2016, vol. 149, no. 5. pp. 1096–1101.
2. Zubarev N., Zubareva O. Exact particular solution for the blade-like surface configuration of a conducting liquid in an external electric field. *Journal of Physics: Conference Series: 1147 012085*, 2019, pp. 1–8. doi: 10.1088/1742-6596/1147/1/012085
3. Behjatian A., Esmaeeli A. Equilibrium shape and hysteresis behavior of liquid jets in transverse electric fields. *Journal Electrostat*. 2015, vol. 75, pp. 5–13.
4. Biskamp D. *Nonlinear Magnetohydrodynamics*. Cambridge, Cambridge University Press Publ., 1997. 378 p.
5. Davidson P. *Introduction to Magnetohydrodynamics*. Cambridge, Cambridge University Press Publ., 2016. 572 p. doi: 10.1017/9781316672853
6. Goedbloed H., Keepers R., Powers S. *Magnetohydrodynamics of Laboratory and Astrophysical Plasmas*. Cambridge, Cambridge University Press Publ., 2019. 996 p.
7. Reyes V. G. *Perspectives in Magnetohydrodynamics Research*. Nova Science Publ., 2011. 142 p.
8. Zheng L. *Topics in Magnetohydrodynamics*. Intech Publ., 2012. 219 p.

Поступила (received) 09.04.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Яхно Олег Михайлович (Яхно Олег Михайлович, Yakhno Oleh Mykhailovych) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», професор кафедри «Прикладна гідроаеромеханіка і механотроніка»; м. Київ, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9522-5549>; e-mail: oleg.yakhno@gmail.com

Мамедов Асіман Нізамі Огли (Мамедов Асиман Низами Оглы, Mamedov Asiman Nizami Ogly) – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», аспірант кафедри «Прикладна гідроаеромеханіка і механотроніка»; м. Київ, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8696-0824>; e-mail: acy_m@yahoo.com

Стась Сергій Васильович (Стась Сергей Васильевич, Stas Serhiy Vasyliovych) – кандидат технічних наук, доцент, Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України, професор кафедри «Техніка та засоби цивільного захисту»; м. Черкаси, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6139-6278>; e-mail: stas_serhiy@yahoo.com