

*Є. І. СОКОЛ, М. В. ЧЕРКАШЕНКО, В. Е. ДРАНКОВСЬКИЙ*

### УПРАВЛІННЯ І ЕНЕРГЕТИЧНІ МОДЕЛІ ОБОРОТНИХ ГІДРОМАШИН

Запропоновані способи управління оборотними гідромашинами з використанням програмованих мікропроцесорних контролерів і гідроапаратури з пропорційним управлінням. Розглянуті питання енергетичної взаємодії потоку в проточній частині високонапірної оборотної гідромашини, яка базується на блочно-ієрархічному підході до математичного моделювання робочого процесу. Розглянуто три моделі кінематичного опису потоку, направлені на вирішення конкретних завдань проектування. Описана кінематична модель потоку, що враховує зсув осесиметричних поверхонь струму в робочому колесі із зміною режиму, яка є найбільш загальною моделлю руху потоку. Дана модель дозволила отримати вирази для коефіцієнта теоретичного напору і коефіцієнтів опорів для різних категорій втрат в робочому колесі, які були записані в безрозмірній формі на підставі теорії гідродинамічної подібності. Застосування безрозмірних параметрів систематизує і узагальнює дані чисельного експерименту. Використання поліноміальних моделей для опису зв'язку між геометричними і режимними параметрами зручно як для проведення чисельних досліджень, так і для аналізу впливу геометричних і режимних параметрів на енергетичні характеристики оборотної гідромашини в турбінному режимі. Представлена математична модель дозволяє проводити аналіз як окремих елементів проточної частини, так і різних категорій втрат, пов'язаних з їх фізичною природою в лопатевих системах. Отримані результати вказують на певну закономірність розподілу втрат в елементах проточної частини, що дозволило розробити стратегію цілеспрямованих модифікацій проточної частини, що задовольняють поставленим завданням. За допомогою чисельного експерименту проведений аналіз впливу окремих видів втрат на енергетичні показники, а також встановлені гранично можливі значення параметрів (витрати, потужності, гідрравлічного КПД, коефіцієнта швидкохідності і ін.), які можна отримати за рахунок зменшення втрат.

**Ключові слова:** пристрій управління, програмований мікропроцесорний контролер, пропорційна апаратура, розподільники, оборотна гідромашини, математична модель, втрати енергії, коефіцієнт напору, коефіцієнт опору.

*Е. И. СОКОЛ, М. В. ЧЕРКАШЕНКО, В. Э. ДРАНКОВСКИЙ*

### УПРАВЛЕНИЕ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБРАТИМЫХ ГИДРОМАШИН

Предложены способы управления обратимыми гидромашинами с использованием программируемых микропроцессорных контроллеров и гидроаппаратуры с пропорциональным управлением. Рассмотрены вопросы энергетического взаимодействия потока в проточной части высоконапорной обратной гидромашини, которая базируется на блочно-иерархичном подходе к математическому моделированию рабочего процесса. Рассмотрены три модели кинематического описания потока, направленные на решения конкретных задач проектирования. Описана кинематическая модель потока, учитывающая смещение осесимметричных поверхностей тока в рабочем колесе с изменением режима, которая представляет собой наиболее общую модель движения потока. Рассматриваемая модель позволила получить выражения для коэффициента теоретического напора и коэффициентов сопротивлений для различных категорий потерь в рабочем колесе, которые были записаны в безразмерной форме на основании теории гидродинамического подобия. Применение безразмерных параметров систематизируют и обобщают данные численного эксперимента. Использование полиномиальных моделей для описания связи между геометрическими и режимными параметрами дано для проведения численных исследований, так и для анализа влияния геометрических и режимных параметров на энергетические характеристики обратимой гидромашини в турбинном режиме. Представленная математическая модель позволяет проводить анализ как отдельных элементов проточной части, так и различных категорий потерь, связанных с их физической природой в лопатевых системах. Полученные результаты указывают на определенную закономерность распределения потерь в элементах проточной части, что позволило разработать стратегию целенаправленных модификаций проточной части, удовлетворяющих поставленным задачам. С помощью численного эксперимента проведен анализ влияния отдельных видов потерь на энергетические показатели, а также установлены предельно возможные значения параметров (расхода, мощности, гидравлического КПД, коэффициента быстроходности и др.), которые можно получить за счет уменьшения потерь.

**Ключевые слова:** управляющее устройство, программируемый микропроцессорный контроллер, пропорциональная апаратура, распределители, обратимая гидромашини, математическая модель, потери энергии, коэффициент напора, коэффициент сопротивления.

*Ye. SOKOL, M. CHERKASHENKO, V. DRANKOVSKIY*

### CONTROL AND ENERGY MODELS OF REVERSIBLE HYDRAULIC MACHINES

Disclosed are methods of controlling reversible hydraulic machines using programmable microprocessor controllers and proportional control hydraulic equipment. The issues of energy interaction of the flow in the flow part of the high-pressure reversible hydraulic machine, which is based on a block-hierarchical approach to mathematical modeling of the working process, are considered. Three models of kinematic flow description aimed at solving specific design problems are considered. Kinematic model of flow is described, taking into account displacement of axisymmetric surfaces of current in working runner with change of mode, which is the most general model of flow movement. The model in question produced expressions for the theoretical head coefficient and resistance coefficients for different categories of wheel loss, which were recorded in dimensionless form on the basis of hydrodynamic similarity theory. Application of dimensionless parameters systematizes and generalizes data of numerical experiment. The use of polynomial models to describe the relationship between geometric and mode parameters is given for carrying out numerical studies, as well as for analyzing the influence of geometric and mode parameters on the energy characteristics of a reversible hydraulic machine in turbine mode. The presented mathematical model allows to analyze both individual elements of the flow part and different categories of losses related to their physical nature in blade systems. The results indicate a certain pattern of distribution of losses in the elements of the flow part, which allowed to develop a strategy of targeted modifications of the flow part, meeting the task. With the help of numerical experiment, the influence of certain types of losses on energy indices was analyzed, as well as maximum possible values of parameters (discharge, power, hydraulic efficiency, specific speed factor, etc.), which can be obtained due to reduction of losses, were determined.

**Keywords:** control device, programmable microprocessor controller, proportional equipment, distributors, reversible hydraulic machine, mathematical model, energy loss, coefficient head, coefficient resistance.

**Вступ.** Сучасний підхід до вдосконалення проточних частин оборотної гідромашини передбачає проведення багатоваріантного аналізу, в процесі якого досліджується вплив геометричних і режимних

параметрів на енергетичні показники гідромашини.

Такий підхід передбачає наявність в ньому математичних моделей робочого процесу гідромашини різного рівня. При цьому вибір найбільш ефективної моделі залежить як від стадії проектування проточної частини, так і характеру поставлених завдань.

Розробка системи взаємозв'язаних моделей, що описують робочий процес на різних ієрархічних рівнях, є найважливішим напрямом в розвитку сучасних методів розрахунку проточної частини. Побудована на принципах блоко-ієрархічного підходу, система багаторівневого опису робочого процесу ефективно використовується на різних стадіях проектування проточної частини для чисельного моделювання її енергетичних характеристик.

Достоїнства багаторівневого опису робочого процесу оборотної гідромашини виявляються в можливості:

- автономного дослідження гідродинамічних характеристик проточної частини;
- систематичного, по міру накопичення дослідних і розрахункових даних, вдосконалення опису окремих елементів проточної частини без переробки всієї математичної моделі робочого процесу в цілому;
- переходу від одного рівня опису до іншого залежно від цілей і завдань, що стоять перед розробником проточної частини на різних стадіях її проектування.

Автори статті, узагальнюючи сучасний досвід і використовуючи свої розробки, приводять принципові рішення для управління оборотних гідромашин, які в даний час широко використовуються на сучасному устаткуванні об'єктів автоматизації.

Приведені способи управління доцільно використовувати при позиціонуванні гідроагрегату при повороті лопаток направляючого апарату і повороту лопатей гідротурбіни і інших комбінованих систем.

**Постановка проблеми.** Вживання для управління оборотних гідромашин програмованих контролерів, а також розподільників з пропорційним управлінням і зворотним зв'язком по навантаженню дозволяє зменшити енергетичні втрати і, як наслідок, – зменшити витрату палива, збільшити термін експлуатації і їх ресурс, плавно регулювати швидкість переміщення виконавчих органів.

Використання блоко-ієрархічного підходу для складання математичного опису робочого процесу проточної частини передбачає розробку комплексу взаємозв'язаних між собою моделей різного рівня. Кожен ієрархічний рівень характеризується різною мірою деталізації математичного опису і своїм підходом при рішенні конкретної задачі. Виходячи із загальної структури математичної моделі, запропонований поетапний підхід використання математичних моделей різного рівня.

**Результати досліджень.** У даній статті ми опишемо один із способів дискретно-аналогового управління оборотних гідромашин.

Для регулювання гідромашин зазвичай використовується дросельний і об'ємний способи

регулювання швидкості руху виконавчих механізмів. Порівняльні показники даних способів регулювання загальновідомі: низький ККД в дросельного регулювання, найвищий, – в об'ємного регулювання.

Значним прогресом стало використання в гідропневмоагрегатах апаратів з пропорційним управлінням. Подібні системи дозволяють регулювати витрату, змінюючи площу прохідного перетину кромки розподільника, пропорційно електричному сигналу, що поступає на магніт.

На рис. 1 наведений приклад типової схеми оборотної гідромашини з клапанами з пропорційним управлінням [1–6]. Вхідний сигнал змінює величину витрати і напрям потоку робочої рідини. Швидкість переміщення виконавчого органу змінюється за рахунок зміни витрати. Наступний сигнал управління впливає на запобіжний клапан з пропорційним управлінням. Цим сигналом можна постійно налаштувати потрібний тиск. Розподільник з пропорційним управлінням виконує функцію регулювання витрати і регулювання напрямку руху робочої рідини. Можливо за допомогою пропорційного запобіжного клапана використовувати нижчий рівень тиску в режимах зменшеного навантаження (наприклад, зупинка подачі), що дозволяє економити енергію, здійснювати плавний старт і гальмування за допомогою пропорційного розподільника.

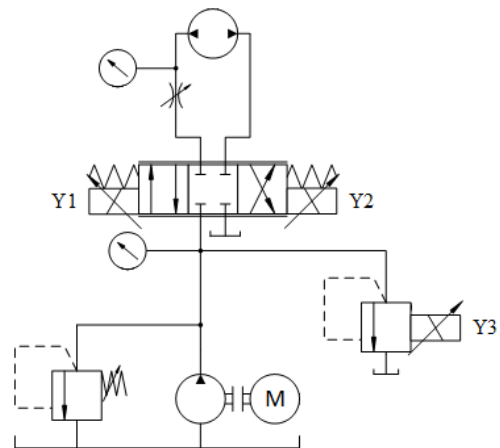


Рис. 1. Принципова схема оборотної гідромашини, що працює в режимі мотора, з пропорційними клапанами (Y1–Y3 – пропорційні магніти)

Всі налаштування пропорційних клапанів здійснюються автоматично, тобто без втручання оператора [7–11].

На рис. 2 показаний напрям руху сигналів в системі з пропорційним управлінням. Сигнал подається на електронний підсилювач. Підсилювач перетворює струм вхідного сигнала в струм вихідного сигнала. Струм впливає на пропорційний електромагніт. Пропорційний електромагніт переміщує клапан. Виконавчий елемент перетворює енергію рідини в кінетичну енергію.

Струм може мати безліч значень, відповідно швидкість і зусилля виконавчого елементу можуть налаштуватися в широких межах.



Рис. 2. Схема пропорційного управління

На рис. 3 показана організація пропорційного управління від мікропроцесорного контролера.

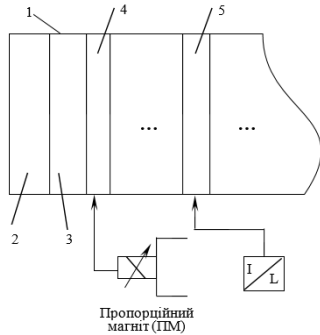


Рис. 3. Пропорційне управління гідромашиною:

1 – каркас; 2 – блок живлення; 3 – мікропроцесорний модуль; 4 – аналого-цифровий перетворювач; 5 – цифро-аналоговий перетворювач

**Математичне моделювання.** Загальна структура математичного моделювання (ММ) робочого процесу встановлюється за допомогою основного рівняння гідромашини і рівняння балансу енергії, що записані в безрозмірній формі для турбінного режиму [12]:

$$\eta_{\Gamma} = \frac{k_{H_{\Gamma}}}{g} Q_I'^2; \quad (1)$$

$$\frac{g}{Q_I'^2} = k_{H_{\Gamma}} + k_{h_{\Gamma}}, \quad (2)$$

де  $k_{H_{\Gamma}} = k_{H_{\Gamma}} \left( \frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q_{\kappa}}, \frac{\omega D^3}{Q_{\kappa}}, L'_{\text{ПК}} \right)$  – коефіцієнт напору;

$k_{h_{\Gamma}} = k_h \left( \frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q_{\kappa}}, \frac{\bar{\Gamma}_2 D}{Q_{\kappa}}, \frac{\omega D^3}{Q_{\kappa}}, L' \right)$  – коефіцієнт опору

проточної частини (ПЧ);

$L'$  – символічне позначення набору безрозмірних геометричних параметрів ПЧ;

$\frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q}, \frac{\bar{\Gamma}_2 D}{Q}$  – безрозмірні коефіцієнти

осередненої циркуляції, що характеризує напрям потоку відповідно в перетинах за і перед робочим колесом (РК);

$k_Q = \frac{\omega D^3}{Q}$  – узагальнений режимний параметр.

ККД гідротурбіни пов'язаний з гідравлічним:

$$\eta = \eta_{\Gamma} \eta_0 \eta_{\text{Д}} \quad (3)$$

$$\eta_{\Gamma} = \frac{N_{\Gamma}}{\rho g Q_{\text{ПК}} H}; \quad (4)$$

де  $N_{\Gamma} = \rho g Q_{\text{ПК}} H_{\Gamma}$ ;  $\eta_{\text{Д}} = \frac{N_{\Gamma} - N_{\text{Д}}}{N_{\Gamma}}$ ;

$$N_{\text{Д}} = M_{\text{Д}} \omega; \quad \eta_0 = \frac{Q_{\text{ПК}}}{Q}.$$

З врахуванням вищесказаного, рівняння балансу приводиться до вигляду:

$$\frac{g}{Q_{\text{ПК}}'^2} = k_{H_{\Gamma}} \eta_0^2 + k_{h_{\Gamma}} + k_{h_{\text{ПК}}} \eta_0^2 k_{h_{\text{ПК}}}, \quad (5)$$

де  $k_{h_{\Gamma}} = f \left( \frac{\bar{\Gamma}_{\text{сн}} D}{Q}, \frac{\bar{\Gamma}_0 D}{Q}, L'_{\text{П}} \right)$  – коефіцієнт опору підвода;

$k_{h_{\text{ПК}}} = f \left( \frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q_{\kappa}}, \frac{\omega D^3}{Q_{\kappa}}, L'_{\text{ПК}} \right)$  – коефіцієнт опору в РК;

$k_{h_{\text{вр}}} = \frac{g \bar{h}_{\text{вр}} D^4}{Q^2} = f_3 \left( \frac{\bar{\Gamma}_2 D}{Q_{\kappa}}, \frac{\omega D^3}{Q_{\kappa}}, L'_{\text{вр}} \right)$  – коефіцієнт опору відсмоктуючої труби;

$Q_I' = \frac{Q}{D_1^2 \sqrt{H}}$  – приведена витрата в турбінному режимі.

Таким чином, повну математичну модель робочого процесу оборотної гідромашини в турбінному режимі запишемо у вигляді:

$$\eta = \eta_{\Gamma} \eta_0 \eta_{\text{Д}};$$

$$\eta_{\Gamma} = \frac{k_{H_{\Gamma}}}{g} Q_I'^2 \eta_0^2;$$

$$\frac{g}{Q_I'^2} = (k_{H_{\Gamma}} + k_{h_{\text{ПК}}}) \eta_0^2 + k_{h_{\Gamma}} + k_{h_{\text{вр}}}.$$

Функціональні залежності (1, 2, 4) є початковими для розрахунку енергетичних характеристик оборотної гідромашини в турбінному режимі. Для проведення таких розрахунків потрібне розгорнуте представлення виразів:

- коефіцієнта теоретичного напора:

$$k_{H_{\Gamma}} = k_{H_{\Gamma}} \left( \frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q_{\kappa}}, \frac{\omega D^3}{Q_{\kappa}}, L'_{\text{ПК}} \right);$$

- коефіцієнтів опору робочих органів:

$$k_{h_{\Gamma}} = f \left( \frac{\bar{\Gamma}_{\text{сн}} D}{Q}, \frac{\bar{\Gamma}_0 D}{Q}, L'_{\text{П}} \right);$$

$$k_{PK} = \frac{gh_{PK}D^4}{Q^2} = f_2\left(\frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q_k}, \frac{\omega D^3}{Q_k}, L_{PK}\right);$$

$$k_{BT} = \frac{gh_{BT}D^4}{Q^2} = f_3\left(\frac{\bar{\Gamma}_3 D}{Q_k}, \frac{\omega D^3}{Q_k}, L'_{BT}\right);$$

- об'ємного та дискового ККД:

$$\eta_0 = \eta_0(k_Q, L'_{yш}); \quad \eta_D = \eta_D(k_Q, L'_D).$$

Отриманий математичний опис робочого процесу з врахуванням виразів для коефіцієнтів теоретичного напору, опорів, об'ємного і дискового ККД є найбільш загальним. Якщо прийняти об'ємний ККД  $\eta_0 = 1$ , то система рівнянь прийме вид:

$$\eta = \eta_D \eta_D; \quad \eta_D = \frac{k_{HT}}{g} Q_l'^2; \quad Q_l'^2 = \frac{g}{k_{HT} + k_{h_r}}.$$

Залежність приведенного коефіцієнта дискових витрат  $\zeta'_{дл}$  від приведених оборотів  $n'_l$  та витрат  $Q'_l$  наведені у роботі [12]. Діаграма побудована за даними модельних випробувань гідромашин діаметром 1 м, при напорі 1 м.

Для розкриття залежностей  $k_{HT}$  та  $k_{h_r}$  використовується кінематичний опис потоку ПЧ, побудований за блоко-ієрархічним принципом. В рамках такого опису зміна структури потоку зі зміною режиму враховується за допомогою комплексу взаємопов'язаних моделей різного рівня. Вибір найбільш ефективної моделі залежить як від стадії проектування ПЧ, так і від характеру поставленого завдання.

Досвід розрахункових досліджень говорить про доцільність наявності у складі кінематичного опису таких моделей:

- модель 1 – спрощена модель осередненого осесиметричного руху, що приблизно враховує зсув поверхонь струму в порожнині РК;

- модель 2 – модель течії в решітках на поверхнях струму без врахування їх зсуву зі зміною режиму;

- модель 3 – описи потоку за допомогою безрозмірних осереднених параметрів.

У комплексі ці моделі дають кінематичний опис в осесиметричній області ПЧ, який є основою для побудови ММ робочого процесу в цілому. Визначення параметрів потоку на основі пропонованого кінематичного опису не вимагає проведення розрахунків як обтікання решіток лопатевих систем двовимірними методами, так і розрахунку просторового потоку в каналах лопатевих систем, що вимагає наявності великих матеріальних і тимчасових ресурсів [13–15].

У моделі 1 усередненого осесиметричного руху зсув поверхонь струму із зміною режимних параметрів не приводить до істотної зміни геометричних характеристик меридіонального потоку і ортогональних до них ліній.

В цьому випадку диференціальне рівняння, що

описує зміни меридіональній швидкості уздовж вихідної кромки, може бути представлено у вигляді [16]:

$$\frac{dC_{2m}}{dl} + M_2(l)C_m = N_2(l)\omega, \quad (6)$$

де

$$M_2(l) = \left\{ -\frac{d\beta}{dl} \operatorname{ctg}\beta + \sin^2 \beta \left[ -k_1 \cos \delta + \sin \delta \left( k_2 + \frac{\sin \gamma}{r} \right) \right] + \frac{1}{r} \cos^2 \beta \cos(\gamma - \delta) \right\};$$

$$N_2(l) = \left[ -2 \operatorname{ctg}\beta \cos(\gamma - \delta) + 2\pi r \frac{d(rC_u)_{вх}}{d\psi} \right] \cos \delta \sin^2 \beta.$$

Вирішення рівняння має вигляд:

$$C_{2m} = A_2(l)\omega - B_2(l)Q,$$

де  $l$  – координата, відлічувана вздовж вихідної кромки лопаті;  $C_{2m}$  – меридіональна швидкість;  $A_2$  та  $B_2$  – коефіцієнти, залежні від розподілу геометричних характеристик лопаті і меридіонального потоку вздовж вихідної кромки, які виражаються через коефіцієнти  $M_2(l)$  і  $N_2(l)$ .

Диференціальне рівняння (6) приведемо до безрозмірної форми:

$$\frac{dC_{2m}^*}{dl'} + M_2'(l')C_{2m}^* = N_2'(l')k_Q \quad (7)$$

де  $C_{2m}^* = \frac{C_{2m} D^2}{Q}$  – безрозмірний коефіцієнт швидкості;

$$M_2'(l') = \frac{M_2(l)}{D}; \quad l' = \frac{l}{D}; \quad N_2'(l') = \frac{N_2(l)}{D}.$$

Вирішення диференціального рівняння (7) запишемо у вигляді:

$$C_{2m}^*(l') = A_2'(l')k_Q - B_2'(l'), \quad (8)$$

де  $A_2' = \frac{A_2}{D}$ ;  $B_2' = B_2 D^2$ .

Узагальнений кінематичний параметр  $k_Q$  враховує подібність полів швидкостей в РК (його структура витікає з міркувань розмірності), характеризує вплив режиму ( $\omega$  та  $Q$ ) на кінематику потоку.

Отримаємо залежність, що зв'язує коефіцієнт теоретичного напору з геометричними і режимними параметрами.

Залежність безрозмірної циркуляції за РК від режимного параметра  $k_Q$  знаходиться підстановкою значення меридіональних швидкостей з (8) у формулу  $C_{2u} = \omega r_2 - C_{2m} \operatorname{ctg}\beta_2$  зв'язки складових швидкості в даній точці потоку:

$$\frac{\bar{\Gamma}_2 D}{Q} = 2\pi(r_2^2 - A_2' r_2' \text{ctg} \beta_2) k_Q + 2\pi r_2' \text{ctg} \beta_2 B_2'. \quad (9)$$

У роботі [12] приведені залежності гідродинамічних параметрів решітки від її геометричних параметрів, для знаходження яких використані спрощені моделі течії в каналах РК, запропоновані Стодолою та Шерстюком.

Представимо коефіцієнт теоретичного напору у вигляді:

$$k_{H_T} = \frac{k_Q}{2\pi} \left( \frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q} - \frac{\bar{\Gamma}_2 D}{Q} \right). \quad (10)$$

Формулу для коефіцієнта усередненої циркуляції в (9) отримаємо, осереднюючи рівняння (10) по витраті:

$$\frac{\bar{\Gamma}_2 D}{Q} = F_1 k_Q - F_0 - F_2 k_Q^2, \quad (11)$$

де  $F_0 = 4\pi^2 \left[ \int r_2'^2 B_2'^2(l) \text{ctg} \beta_2^* \cos \delta dl' \right];$

$$F_1 = 4\pi^2 \left[ \int (r_2' - 2A'(l) \text{ctg} \beta_2^*) r_2' B'(l) \cos \delta dl' \right];$$

$$F_2 = 4\pi^2 \left[ \int (r_2'^2 - A'(l) \text{ctg} \beta_2^*) \cos \delta dl' \right];$$

$F_0, F_1, F_2$  – коефіцієнти які визначаються геометричними параметрами РК.

В рамках даної кінематичної моделі з урахуванням (12), залежність, коефіцієнта теоретичного натиску  $k_{H_T} = f\left(\frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q}, k_Q\right)$  представимо

у вигляді полінома від змінних  $\frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q}$  і  $k_Q$ :

$$k_{H_T} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q} - F_1 k_Q + F_0 + F_2 k_Q^2 \right] k_Q. \quad (12)$$

Для складання моделі опору проточної частини – залежності безрозмірного коефіцієнта опору від геометричних і режимних параметрів знаходитимемо із загальноприйнятої схеми розподілення втрат в лопатевих системах на втрати тертя на режимі безударного обтікання, втрати ударні, кромкові і кінцеві. Сумарні втрати в лопатевій системі знаходяться складанням вказаних видів втрат.

Осереднена величина втрат енергії в лопатевій системі виражається залежно від втрат енергії в складових її елементарних решітках (рис. 6):

$$\bar{h} = \frac{1}{Q} \int hdQ,$$

де  $h$  – питома втрата енергії в елементарних решітках на поверхні струму.

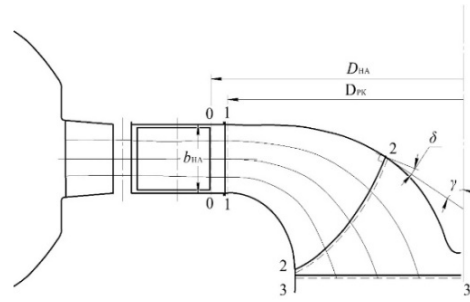


Рис. 6. Схема проточної частини оборотної гідромашини

Залежність коефіцієнта опору РК від геометричних і режимних параметрів включає відповідні залежності коефіцієнтів втрат тертя, кромкових, кінцевих і ударних [17].

$$\text{Коефіцієнт втрат тертя в РК } k_{h_{тр}} = \frac{g \bar{h}_{тр} D^4}{Q^2}$$

представимо у вигляді полінома:

$$k_{h_{тр}} = b_3 k_Q^3 + b_2 k_Q^2 + b_1 k_Q + b_0. \quad (13)$$

У отриманій залежності для коефіцієнта тертя (13) режимний параметр  $k_Q$  входить явно, а коефіцієнти полінома залежать лише від геометричних параметрів.

Запишемо формули для визначення осереднених величин втрат кромкових і ударних [12]:

$$k_{РК.кр} = b_{3кр} k_Q^2 + b_{2кр} k_Q + b_{0кр}; \quad (14)$$

$$k_{РК.уд} = f_1 k_Q^2 + f_2 \left( \frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q} \right) - f_3 \left( \frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q} \right) k_Q - f_4 k_Q - f_5 \left( \frac{\bar{\Gamma}_1 D}{Q} \right) + f_6 \quad (15)$$

Коефіцієнти  $b_{кр}$  та  $f_i$  в (14) і (15) залежать лише від геометричних параметрів.

Розрахункову оцінку коефіцієнта кінцевих втрат зробимо по параметрах середніх решіток профілів, використовуючи його залежність від коефіцієнта втрат тертя [12].

Коефіцієнт кінцевих втрат в РК отримаємо у вигляді:

$$k_{РК.кв} = \frac{2t_{2cp}}{b_{2cp}} \zeta_{РК.тр} \sin \beta_{2cp} B_{2cp}'^2.$$

Математичну модель опору у відсмоктуючій трубі (ВТ) представимо у вигляді коефіцієнтів внутрішніх, циркуляційних і втрат від осьового вихору у вигляді поліноміальних залежностей [12]:

- коефіцієнт втрат внутрішніх, на виході і в коліні:

$$k_{h_{вн}} = C_{3вн} k_Q^3 + C_{2вн} k_Q^2 + C_{1вн} k_Q + C_{0вн};$$

- коефіцієнт циркуляційних втрат:

$$k_{\text{ци}} = C_{3\text{ц}}k_Q^3 + C_{2\text{ц}}k_Q^2 + C_{1\text{ц}}k_Q + C_{0\text{ц}}; \quad (16)$$

- коефіцієнт втрат від осевого вихору:

$$k_{\text{го.в}} = C_{3\text{о.в}}k_Q^3 + C_{2\text{о.в}}k_Q^2 + C_{1\text{о.в}}k_Q + C_{0\text{о.в}}. \quad (17)$$

Коефіцієнт опору проточній частині отримуємо в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} k_h = & k_{h_n} + b_3k_Q^3 + b_2k_Q^2 + b_1k_Q + b_0 + b_{3\text{кр}}k_Q^2 + \\ & + b_{2\text{кр}} + b_{0\text{кр}} + f_1k_Q^3 + f_2\left(\frac{\overline{\Gamma_1 D}}{Q}\right) - f_3\left(\frac{\overline{\Gamma_1 D}}{Q}\right)k_Q - \\ & - f_4k_Q - f_5\left(\frac{\overline{\Gamma_1 D}}{Q}\right) + f_6 + \frac{2t_{2\text{сп}}}{b_{2\text{сп}}}\zeta_{\text{ПК.тр}} \sin \beta_{2\text{сп}} B_{2\text{сп}}'^2 + (18) \\ & + C_{3\text{вн}}k_Q^3 + C_{2\text{вн}}k_Q^2 + C_{1\text{вн}}k_Q + C_{0\text{вн}} + C_{3\text{ц}}k_Q^3 + \\ & + C_{2\text{ц}}k_Q^2 + C_{1\text{ц}}k_Q + C_{0\text{ц}} + C_{3\text{о.в}}k_Q^3 + C_{2\text{о.в}}k_Q^2 + \\ & + C_{1\text{о.в}}k_Q + C_{0\text{о.в}}. \end{aligned}$$

Отримані поліноміальні залежності коефіцієнтів опорів окремих категорій втрат від геометричних і режимних параметрів є основою для побудови ММ робочого процесу для прийнятого кінематичного опису.

Рівняння теоретичного напору (12) і коефіцієнтів опорів проточній частині (18) є початковими для виведення рівняння гідравлічного ККД  $\eta_{\Gamma} = f(n'_i, Q'_i, L')$  і аналізу впливу геометричних і режимних параметрів на його величину і величину відносних втрат енергії в елементах проточної частини.

Після виконання проміжних перетворень отримуємо основне рівняння зв'язуючи гідравлічне ККД з геометричними і режимними параметрами:

$$\left[ \frac{g\eta_{\Gamma}}{Q_i'^2} + K_{h_n}(\eta_{\Gamma}, n'_i, Q'_i, L'_i) + K_{h_{\text{ПК}}}(\eta_{\Gamma}, n'_i, Q'_i, L'_{\text{ПК}}) + \right. \\ \left. + K_{h_{\text{вн}}}(\eta_{\Gamma}, n'_i, Q'_i) \right] Q_i'^2 - g = 0. \quad (19)$$

Вважаючи в (19)  $\eta_{\Gamma} = \text{const}$ , отримуємо рівняння ізольній гідравлічного ККД  $\eta_{\Gamma}(n'_i, Q'_i) = \text{const}$ .

Залежність  $f(\eta_{\Gamma}, n'_i, Q'_i) = 0$  представляє рівняння гідравлічного ККД в полі  $n'_i - Q'_i$  [12]. Якщо ввести залежності дискового ККД  $\eta_{\text{д}} = f(n'_i, Q'_i)$  та об'ємного  $\eta_0 = f(K_{\text{н}}, n'_i, Q'_i)$ , то отримуємо рівняння універсальної характеристики гідромашини  $f(\eta, n'_i, Q'_i) = 0$ . Розгорнуте вираження ККД залежно від геометричних і режимних параметрів визначатиметься відповідно до прийнятого кінематичного опису потоку в ПЧ гідромашини. В

рамках кінематичної моделі 1, що враховує зсув поверхонь струму, взаємозв'язок гідравлічного ККД від геометричних і приведених параметрів набере вигляду:

$$\begin{aligned} & \frac{3600g^2}{n_i'^2}(b_2 + a)\eta_{\Gamma}^2 + (g + 4\pi gb_2 F_1 - \frac{120gb_2 F_2}{n_i'} Q' - \\ & - 4\pi gb_2 F_3 + 2\pi gb_3 + \frac{60gb_5}{n_i'} Q' + 4\pi ga F_1 - \\ & - \frac{120ga F_2}{n_i'} Q' - 4\pi ga F_3 - 4\left(\frac{\overline{\Gamma_1 D}}{Q}\right)_{\text{сп}} \frac{60ga}{n_i'}) \eta_{\Gamma} + \\ & + (K_3 - b_2 F_1 F_3 - b_3 F_3 - 2a F_1 F_3) \frac{\pi^3 n_i'^3}{27000 Q_i'} + \\ & + \left( K_2 - b_2 F - b_3 F_1 - b_5 F_3 + 2a \left(\frac{\overline{\Gamma_1 D}}{Q}\right)_{\text{сп}} F_3 + \right. \\ & + a F) \frac{\pi^2 n_i'^2}{900} + \left( K_1 - b_5 F_1 - b_3 F_2 - 2a \left(\frac{\overline{\Gamma_1 D}}{Q}\right)_{\text{сп}} F_1 - \right. \\ & - 2a F_1 F_2) \frac{\pi n_i' Q_i'}{30} + (K_0 - b_2 F_2^2 - b_5 F_2 - a F_2 + \\ & + K_m + a \left(\frac{\overline{\Gamma_1 D}}{Q}\right)_{\text{сп}}^2 + 2a \left(\frac{\overline{\Gamma_1 D}}{Q}\right)_{\text{сп}} F_2) Q_i'^2 = 0. \quad (20) \end{aligned}$$

Отримане рівняння є початковим для аналізу впливу геометричних і режимних параметрів на гідравлічне ККД гідромашини в турбінному режимі роботи і на величину відносних втрат енергії [18]. При фіксованій геометрії ПЧ рівняння дозволяють аналізувати вплив режимних параметрів  $n'_i$  та  $Q'_i$  на енергетичні показники гідромашини  $\eta_{\Gamma} = (n'_i, Q'_i)$ , а за допомогою рівнянь для відносних втрат напору можуть бути знайдені окремі види втрат енергії і побудований енергетичний баланс. Таким чином, дане завдання зводиться до розрахунку універсальної характеристики гідромашини і аналізу впливу окремих видів втрат на її формування [19]. Знання енергетичного балансу необхідне для аналізу окремих елементів ПЧ і виявлення впливу кожного з них на формування універсальної характеристики (рис. 7).

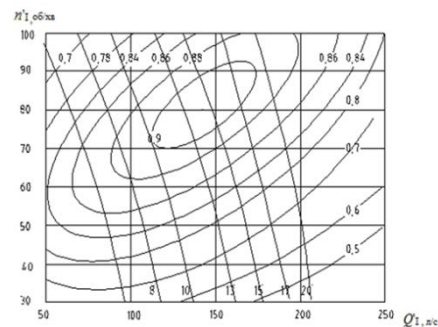


Рис. 7. Прогнозна універсальна характеристика роботи оборотної гідромашини ОРО500-В-100 в турбінному режимі

На рис. 8, 9 зображені криві втрат у робочому колесі. Значення кінцевих, кромкових втрат та втрат на тертя становлять менше 1 %. Крива ударних втрат має параболічний характер із екстремумом в точці, де приведена частота обертання близько 85 об/хв. Найменше значення – 0,33 %, найбільше – 4,47 %. Значення циркуляційних втрат збільшується з ростом приведеної частоти обертання, максимальне значення становить не більше 3,7 %.

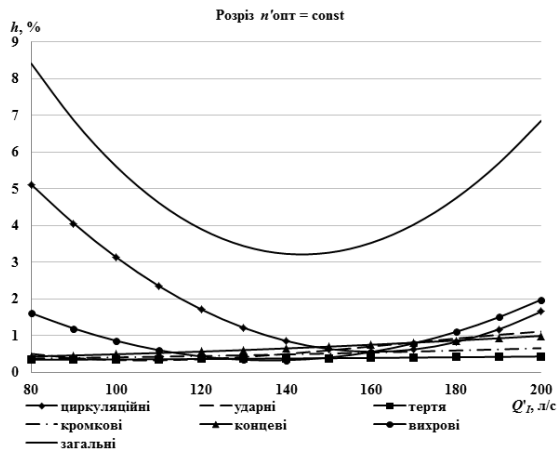


Рис. 8. Значення втрат у робочому колесі різної природи походження при постійному значенні приведеної частоти обертання

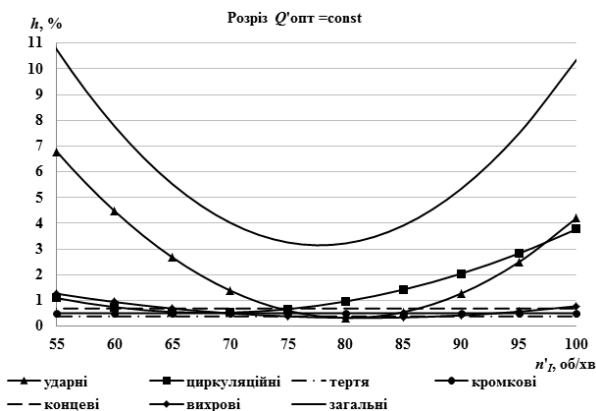


Рис. 9. Значення втрат у робочому колесі різної природи походження при постійному значенні приведеної витрати

Значну частину втрат займають втрати у підводі, при оптимальному значенні частоти обертання і становлять 8,28 %. Втрати в РК досягають менше 3,26 %. У ВТ втрати незначні і при зміні  $n'_1$  майже не змінюються.

**Висновки.** Отримана залежність (20) з врахуванням розгорнутих виразів коефіцієнта теоретичного натиску і втрат є основою для моделювання робочого процесу оборотної гідромашини в турбінному режимі роботи. Відповідно до прийнятого кінематичного опису залежності  $k_{Hr}$  та  $k_b$ , а отже, і рівняння ММ робочого процесу гідромашини набувають різної форми.

Перехід від однієї моделі до іншої дозволяє врахувати вплив нерівномірності розподілу параметрів по висоті ПЧ і зміна параметрів із зміною режиму роботи, що пов'язане з ускладненням математичного опису робочого процесу. Це ускладнення виявляється в

підвищенні ступені поліномів, що описують поведінку коефіцієнтів теоретичного натиску і втрат залежно від режимних параметрів.

Розглянутий вище математичний опис забезпечує гнучкий підхід в процесі чисельного моделювання при проектуванні ПЧ. Це виявляється як в можливості вибору ефективнішого опису, відповідного даному рівню проектування ПЧ, так і можливості поступового ускладнення ММ при переході від одного рівня проектування ПЧ до іншого [19, 20]. Відзначимо також доцільність його використання для побудови оптимізаційних моделей. Останні можуть бути ефективно використані для аналізу впливу геометричних і режимних параметрів на параметри оптимального режиму.

Вживання безрозмірних параметрів дозволяє систематизувати і узагальнити дані чисельного експерименту. Використання поліноміальних моделей для опису зв'язку між геометричними і режимними параметрами зручно як для проведення чисельних досліджень, так і для аналізу впливу геометричних і режимних параметрів.

Отримані рівняння ММ можуть бути покладені в основу як розрахунку кінематичних і енергетичних характеристик гідромашини при фіксованих геометричних параметрах ПЧ (що відповідає постановці прямої задачі теорії гідромашин), так і для визначення геометричних параметрів, що забезпечують задані  $n'_1$  та  $Q'_1$ . Остання постановка відповідає оборотній задачі теорії гідромашин.

#### Список литературы

1. Сокол С. І., Домнін І. Ф., Рисований О. М., Замаруєв В. В., Єресько О. В. *Спеціалізовані мікроконтролерні системи. Теорія і практика: підручник*. Харків: НТУ «ХПІ», 2007. 252 с.
2. Сокол С. І., Якименко Ю. І., Терещенко Т. О., Жуйков В. Я., Петергеря Ю. С. *Мікропроцесорна техніка*. Київ: Кондор, Політехніка, 2004. 439 с.
3. Sokol Ye., Cherkashenko M. *Synthesis of control schemes for hydroficated automation objects*. Germany: GmbH & Co, 2018. 214 p.
4. Sokol Ye., Cherkashenko M. *Synthesis of control schemes of drives system*. Kharkiv: NTU "KhPI", 2018. 220 p.
5. Cherkashenko M. *Synthesis of schemes of hydraulic and pneumatic automation. International Fluid Power Symposium in Aachen. The report no. 1. Fundamentals (20–22 March 2006, Aachen, Germany)*. Aachen: Apprimus, 2006. P. 147–154.
6. Волков Ю. Д. *Программируемые контроллеры «Фесто»*. Киев: ДП «Фесто», 2003. 92 с.
7. Губарев А. П., Левченко О. В. *Мехатроника: от структуры системы к алгоритму управления*. Киев: НТУУ «КПІ», 2007. 180 с.
8. Аврунин Г. А., Грицай И. В., Кириченко И. Г., Мороз И. И., Щербак О. В. *Объемный гидропривод и гидропневмоавтоматика*. Харьков: ХНАДУ, 2008. 412 с.
9. Близенер Р., Бель Ф., Лёфлер К. *Свободно программируемые контроллеры*. Киев: ДП «Фесто», 2005. 196 с.
10. Adegbuyi P. *Hydraulic and pneumatic cylinder failures, the effect of fluid cleanliness on component life. Hydraulica*. 2013. No. 1. P. 27–30.
11. Chengwen Chai. *Research on PLC-Based Pneumatic Controlling System of Flying Splicer of Web-Fed Offset Presses. The Open Mechanical Engineering Journal*. 2011. No. 5. P. 160–165.
12. Кольчев В. А., Дранковский В. Э., Мараховский М. Б. *Расчет гидродинамических характеристик направляющих аппаратов гидротурбины*. Харьков: НТУ «ХПИ», 2002. 216 с.
13. Ландау Ю. А. *Основные тенденции развития гидроэнергетики Украины. Научные работы*. Харьков. 2014. Т. 53, вып. 40. С. 82–86.
14. Сухоребрый П. Н., Коваль С. А., Неня В. Г., Кочевский А. Н. *Определение структуры потока в спиральной камере радиально-осевой обратимой гидромашини на основе численного моделирования течения жидкости. Проблемы машиностроения*. 2010. Т. 13, № 1. С. 31–41.

15. Duan X. H., Kong F. Y., Liu Y. Y., Zhao R. J., Hu Q. L. The numerical simulation based on CFD of hydraulic turbine pump. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 129. 2016.
16. Этинберг И. Э., Раухман Б. С. *Гидродинамика гидравлических турбин*. Ленинград: Машиностроение, 1978. 280 с.
17. Дранковский В. Э., Резвая К. С. К расчету гидродинамических характеристик высоконапорной обратимой гидромашин в турбинном режиме работы на основе математического описания ее рабочего процесса. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv: NTU "KhPI". 2015. No. 3. P. 125–129.
18. Резва К. С. *Математичне моделювання гідродинамічних характеристик високонапірних оборотних гідромашин: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.17 «Гідравлічні машини і гідропневмоагрегати»*. Харків, 2019. 25 с.
19. Мараховский М. Б., Гасюк А. И. Математическая модель гидродинамических характеристик элементов проточной части радиально-осевой гидротурбины. Часть 2. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv: NTU "KhPI". 2018. No. 46 (1322). P. 49–53.
20. Rezvaya K., Krupa E., Drankovskiy V., Potetenko O., Tynyanova I. The numerical reseach of the flow in the inlet of the high-head hydraulic turbine. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: New solution in modern technologies*. Kharkiv: NTU "KhPI". 2017. No. 7 (1229). P. 97–102. doi: 10.20998/2413-4295.2017.07.13
21. Adegbuyi P. Hydraulic and pneumatic cylinder failures, the effect of fluid cleanliness on component life. *Hidraulica*. 2013, no. 1, pp. 27–30.
22. Chengwen Chai. Research on PLC-Based Pneumatic Controlling System of Flying Splicer of Web-Fed Offset Presses. *The Open Mechanical Engineering Journal*. 2011, no. 5, pp. 160–165.
23. Kolychev V. A., Drankovskiy V. E., Marakhovskiy M. B. *Raschet gidrodinamicheskikh kharakteristik napravlyayushchikh apparatov gidroturbiny* [Calculation of the hydrodynamic characteristics of the guiding apparatus of a hydraulic turbine]. Kharkov, NTU "KhPI" Publ., 2002. 216 p.
24. Landau Yu. A. Osnovnye tendentsii razvitiya gidroenergetiki Ukrainy [The main trends in the development of hydropower in Ukraine]. *Nauchnye raboty*. Kharkov. 2014, vol. 53, issue 40, pp. 82–86.
25. Sukhorebryy P. N., Koval' S. A., Nenyva V. G., Kochevskiy A. N. Opredelenie struktury potoka v spiral'noy kamere radial'no-osevoy obratimoy gidromashiny na osnove chislennogo modelirovaniya techeniya zhidkosti [Determination of the flow structure in a spiral chamber of a radially axial reversible hydraulic machine based on numerical simulation of fluid flow]. *Problemy mashinostroeniya*. 2010, vol. 13, no. 1, pp. 31–41.
26. Duan X. H., Kong F. Y., Liu Y. Y., Zhao R. J., Hu Q. L. The numerical simulation based on CFD of hydraulic turbine pump. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 129. 2016.
27. Etinberg I. E., Raukman B. S. *Gidrodinamika gidravlicheskih turbin* [Hydrodynamics of hydraulic turbines]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1978. 280 p.
28. Drankovskiy V. E., Rezvaya K. S. K raschetu gidrodinamicheskikh kharakteristik vysokonapornoy obratimoy gidromashiny v turbinnom rezhime raboty na osnove matematicheskogo opisaniya ee rabocheho protsessa [To the calculation of the hydrodynamic characteristics of a high-head reversible hydraulic machine in a turbine mode of operation based on a mathematical description of its operation]. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2015, no. 3, pp. 125–129.
29. Ryzva K. S. *Matematychnye modelyuvannya hidrodinamichnykh kharakterystyk vysokonapirnykh obrotnykh hidromashyn: avtoref. dys. na здobuttya nauk. stupenya kand. tekhn. nauk: spets. 05.05.17 "Hidravlichni mashyny i hidropnevmoahrehaty"* [Mathematical modeling of hydrodynamic characteristics of high-pressure reversible hydraulic machines. Abstract of a thesis candidate eng. sci. diss. (Ph. D.) 05.05.17 "Hydraulic machines and hydropneumatic units"]. Kharkiv, 2019. 25 p.
30. Marakhovskiy M. B., Gasyuk A. I. Matematicheskaya model' gidrodinamicheskikh kharakteristik elementov protochnoy chasti radial'no-osevoy gidroturbiny. Chast' 2 [Mathematical model of the hydrodynamic characteristics of the elements of the flow part of the radial-axial hydraulic turbine. Part 2]. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2018, no. 46 (1322), pp. 49–53.
31. Rezvaya K., Krupa E., Drankovskiy V., Potetenko O., Tynyanova I. The numerical reseach of the flow in the inlet of the high-head hydraulic turbine. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: New solution in modern technologies*. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2017, no. 7 (1229), pp. 97–102. doi: 10.20998/2413-4295.2017.07.13

## References (transliterated)

1. Sokol Ye. I., Domnin I. F., Rysovanyy O. M., Zamaruyev V. V., Yeres'ko O. V. *Spetsializovani mikrokontrolerni systemy. Teoriya i praktyka: pidruchnyk* [Specialized microcontroller systems. Theory and Practice: textbook]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2007. 252 p.
2. Sokol Ye. I., Yakymenko Yu. I., Tereshchenko T. O., Zhuykov V. Ya., Peterherya Yu. S. *Mikroprotsesorna tekhnika* [Microprocessor Engineering]. Kyiv, Kondor, Politekhnik Publ., 2004. 439 p.
3. Sokol Ye., Cherkashenko M. *Synthesis of control schemes for hydroficated automation objects*. Germany, GmbH & Co Publ., 2018. 214 p.
4. Sokol Ye., Cherkashenko M. *Synthesis of control schemes of drives system*. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2018. 220 p.
5. Cherkashenko M. *Synthesis of schemes of hydraulic and pneumatic automation. International Fluid Power Symposium in Aachen. The report no. 1. Fundamentals (20–22 March 2006, Aachen, Germany)*. Aachen, Apprimus Publ., 2006, pp. 147–154.
6. Volkov Yu. D. *Programmruemye kontrollery "Festo"* [Programmable controllers "Festo"]. Kiev, DP "Festo" Publ., 2003. 92 p.
7. Gubarev A. P., Levchenko O. V. *Mekhanotronika: ot struktury sistemy k algoritmu upravleniya* [Mechatronics: from system structure to control algorithm]. Kiev, NTUU "KPI" Publ., 2007. 180 p.
8. Avrunin G. A., Gritsay I. V., Kirichenko I. G., Moroz I. I., Shcherbak O. V. *Ob'emnyy gidroprivod i gidropnevmoavtomatika* [Volumetric hydraulic drive and hydropneumatic automation]. Kharkov, KhNADU Publ., 2008. 412 p.
9. Blizener R., Bel' F., Lefler K. *Svobodno programmruemye kontrollery* [Freely programmable controllers]. Kiev, DP "Festo" Publ., 2005. 196 p.

Надійшла (received) 15.10.2019

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Сокол Євген Іванович (Сokol Евгений Иванович, Sokol Yevhen)** – доктор технічних наук, професор, член-кореспондент НАН України, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», ректор; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1960-3445>; e-mail: [sokol@kpi.kharkov.ua](mailto:sokol@kpi.kharkov.ua)

**Черкашенко Михайло Володимирович (Черкашенко Михаил Владимирович, Cherkashenko Mikhaylo)** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Гідравлічні машини ім. Г. Ф. Проскури»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3908-7935>; e-mail: [mchertom@gmail.com](mailto:mchertom@gmail.com)

**Дранковський Віктор Едуардович (Дранковский Виктор Эдуардович, Drankovskiy Viktor)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри «Гідравлічні машини ім. Г. Ф. Проскури»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9011-2094>; e-mail: [drankovskiy50@ukr.net](mailto:drankovskiy50@ukr.net)