

*О. М. ФАТЄЄВ, Н. М. ФАТЄЄВА, Н. Г. ШЕВЧЕНКО***ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ ПОЗИЦІЙНИХ ПНЕВМОАГРЕГАТІВ**

Розглянуто аналіз динаміки позиційного пневмоагрегата, реалізованого на дискретній апаратурі. Для цього розроблено математичну модель роботи системи позиційних пневмоагрегатів з програмованими електронними блоками управління, що дозволяє враховувати особливості системи пневмоагрегатів, й включає математичні моделі виконавчого механізму, модель ліній управління й модель системи управління з врахуванням реального масштабу часу. В результаті досліджень розроблено методіку оцінки функціональних можливостей пневмоагрегата, з точки зору його динаміки, що дозволяє оцінити в якій мірі даний пневмоагрегат може забезпечити виконання потрібних за технологічним процесом характеристик, таких як: швидкодія, вантажопідйомність, точність відпрацювання задаючого сигналу та ін. Ця задача була вирішена на базі зворотної задачі динамічного розрахунку пневмоагрегата, яка полягала в знаходженні конструктивних параметрів за заданими технічними характеристиками, для цього була визначена функція позиціонування, що описується для семи та одинадцяти інтервалів руху і яка відповідає таким вимогам позиційного пневмоагрегата: нерозривність значень основних параметрів руху – переміщення, швидкості, прискорення; стійкість розгону і гальмування, що полягає в рівності нулю значень швидкості і прискорення в початковий і кінцевий моменти руху; мінімальність перевантажень, що складається в забезпеченні мінімальності значень прискорення протягом усього періоду руху пневмоагрегата; максимальна продуктивність, що полягає в забезпеченні мінімальності часу руху. На підставі функції позиціонування отримано закони руху вихідної ланки позиційного пневмоагрегата, що дозволяє забезпечити задані технічні характеристики, та забезпечує плавний розгін вихідної ланки пневмоагрегата, потім його рух із постійною швидкістю та плавне гальмування із зупинкою в точці позиціонування. Для використання отриманих результатів при проектуванні розроблена програма в середовищі MATLAB.

**Ключові слова:** позиційний пневмоагрегат, математична модель, зворотня задача, функція позиціонування, динамічні характеристики, задача оптимізації, параметри руху.

*А. Н. ФАТЕЕВ, Н. Н. ФАТЕЕВА, Н. Г. ШЕВЧЕНКО***ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЗИЦИОННЫХ ПНЕВМОАГРЕГАТОВ**

Рассмотрен анализ динамики позиционного пневмоагрегата, реализованного на дискретной аппаратуре. Для этого разработана математическая модель работы системы позиционных пневмоагрегатов с программируемыми электронными блоками управления, что позволяет учитывать особенности системы пневмоагрегатов, и включает в себя математические модели исполнительного механизма, модель линий управления и модель системы управления с учетом реального масштаба времени. В результате исследований разработана методика оценки функциональных возможностей пневмоагрегата, с точки зрения его динамики, что позволяет оценить в какой мере данный пневмоагрегат может обеспечить выполнение нужных по технологическому процессу характеристик, таких как: быстродействие, грузоподъемность, точность обработки задающего сигнала и др. Эта задача была решена на базе обратной задачи динамического расчета пневмоагрегата, которая заключалась в нахождении конструктивных параметров по заданным техническим характеристикам, для этого была определена функция позиционирования, что описывается для семи и одинадцати интервалов движения и соответствующей таким требованиям позиционного пневмоагрегата: неразрывность значений основных параметров движения – перемещения, скорости, ускорения; устойчивость разгона и торможения, заключающееся в равенстве нулю значений скорости и ускорения в начальный и конечный моменты движения; минимальность перегрузок, состоящая в обеспечении минимальности значений ускорения в течение всего периода движения пневмоагрегата; максимальная производительность, заключающаяся в обеспечении минимальности времени движения. На основании функции позиционирования получены законы движения выходного звена позиционного пневмоагрегата, что позволяет обеспечить заданные технические характеристики, и обеспечивает плавный разгон выходного звена пневмоагрегата, затем его движение с постоянной скоростью и плавное торможение с остановкой в точке позиционирования. Для использования полученных результатов при проектировании разработана программа в среде MATLAB.

**Ключевые слова:** позиционный пневмоагрегат, математическая модель, обратная задача, функция позиционирования, динамические характеристики, задача оптимизации, параметры движения.

*A. FATYEV, N. FATIEVA, N. SHEVCHENKO***DYNAMIC ANALYSIS OF POSITIVE PNEUMATIC UNITS**

The analysis of the dynamics of a positional pneumatic unit implemented on discrete equipment is considered. For this, a mathematical model of the system of positional pneumatic units with programmable electronic control units has been developed, which allows you to take into account the features of the system of pneumatic units, and includes mathematical models of the actuator, the model of control lines and the model of the control system taking into account the real time scale. As a result of the research, a methodology was developed for assessing the functionality of the pneumatic unit, from the point of view of its dynamics, which allows us to assess the extent to which this pneumatic unit can ensure the fulfillment of the characteristics necessary for the technological process, such as: speed, load capacity, accuracy of the driving signal, etc. This problem was solved on the basis of the inverse problem of dynamic calculation of the pneumatic unit, which was to find structural parameters according to the given technical characteristics, for this the positioning function was determined, which is described for seven and eleven movement intervals and the positional pneumatic unit corresponding to such requirements: continuity of the values of the main motion parameters – displacement, speed, acceleration; stability of acceleration and braking, consisting in the equality of zero values of speed and acceleration at the initial and final moments of motion; minimum overloads, consisting in ensuring the minimum acceleration values during the entire period of movement of the pneumatic unit; maximum performance, which is to ensure minimum travel time. Based on the positioning function, the laws of motion of the output link of the positional pneumatic unit are obtained, which allows to provide the specified technical characteristics, and provides smooth acceleration of the output link of the pneumatic unit, then its movement at a constant speed and smooth braking with a stop at the positioning point. To use the results obtained in the design, a program was developed in the MATLAB environment.

**Keywords:** position pneumatic unit, mathematical model, inverse problem, positioning function, dynamic characteristics, optimization problem, motion parameters.

**Вступ.** Активному впровадженню пневмоагрегатів в промисловість сприяють: відносна простота конструкції і експлуатації; великий термін служби; надійність роботи у низькому діапазоні температур в умовах великої вологості, запиленості і радіації навколишнього середовища; пожежо- і вибухобезпечність та ін.

На етапі динамічного синтезу пневмоагрегатів вирішуються завдання, пов'язані з динамічними характеристиками: швидкодією, точністю позиціонування, вибором раціональних фаз руху та інші. Відмінність структурних схем і вибір, як правило, в даний час здійснюється у кожному конкретному випадку в результаті аналізу технологічного процесу, виходячи з конкретних вимог замовника. Для вирішення завдань, пов'язаних з позиціонуванням пневмоагрегатів, потрібно вибрати або розробити структуру, конструктивні параметри, контрольно-вимірні прилади і алгоритми управління. Тому актуальною задачею є подальше підвищення ефективності і якості проектування пневмоагрегатів.

**Основна частина.** Роботу присвячено аналізу динаміки позиційного пневмоагрегата, реалізованого на дискретній апаратурі, для цього проведено аналіз математичних моделей, запропонованих проф. Крейніним Г. В. і д. т. н. Бельферманом В. М., з використанням розробленого алгоритму аналізу динамічних характеристик в середовищі імітаційного моделювання MATLAB (trial version), з метою перевірки адекватності моделей для подальшого проведення експериментальних досліджень і використання розробленого алгоритму для подальшого проектування.

Математична модель роботи системи позиційних пневмоагрегатів враховує особливості системи як об'єкта програмного управління та включає математичні моделі виконавчого механізму і модель ліній управління.

Спрощена структура системи пневмоагрегатів включає: виконавчий механізм, що складається з пневмодвигуна з інерційним навантаженням; систему управління, побудовану на базі мікропроцесорного контролера з пристроями сполучення, а також лінії управління з розподільною апаратурою і комунікаційними каналами (рис. 1).

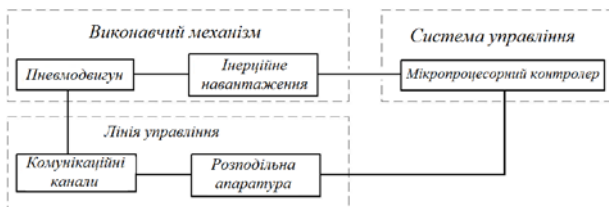


Рис. 1. Структурна схема системи пневмоагрегати

У процесі функціонування системи пневмоагрегата відбувається обмін інформацією між її складовими частинами. З виконавчого механізму надходять дані про параметри руху, а з системи управління – параметри робочого середовища. Таким

чином, при розробці математичної моделі її складових частин, особливу увагу слід звернути на зазначені параметри, які беруть участь в процесі обміну інформацією [1, 2].

Математична модель динаміки виконавчого механізму, а саме пневмодвигуна з інерційним навантаженням, базується на рівняннях термодинаміки і рівнянні управління рухом [3, 4].

Математична модель базується на наступних припущеннях:

- робочим тілом пневмосистеми є ідеальний газ;
- теплообмін з навколишнім середовищем відсутній;
- процеси в порожнинах квазістатичні;
- час запізнювання, викликаний проходженням пневматичного сигналу по трубопроводу, зневажаємо малий;
- зміною температури при визначенні параметрів руху можна знехтувати.

Для пневмодвигуна лінійної дії [3, 4] з двома робочими порожнинами, розрахункова схема якого показана на рис. 2, рівняння термодинаміки мають вигляд:

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{k}{V_1} \left( RTG_1 - p_1 \frac{dV_1}{dt} \right);$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{k}{V_2} \left( RTG_2 - p_2 \frac{dV_2}{dt} \right),$$

де  $p_1, p_2$  – величини тиску в робочих порожнинах пневмодвигуна;  $V_1, V_2$  – об'єми робочих порожнин;  $T$  – температура довкілля (згідно з допущенням, зміну температури при визначенні параметрів руху можна ігнорувати);  $G_1, G_2$  – витрати робочого середовища в порожнинах;  $R$  – універсальна газова постійна;  $k$  – показник адиабати.

Рівняння руху виконавчого механізму має вигляд:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = p_1 F_1 - p_2 F_2 - F_{оп}^p - F_H^{шк} - F_H^к,$$

де  $m$  – маса інерційного навантаження;  $F_1, F_2$  – площі поршня в робочих порожнинах;  $F_H^к, F_H^{шк}$  – корисне і шкідливе навантаження;  $F_{оп}^p$  – програмно регульована сила опору (якщо це передбачено за принципом роботи агрегату).

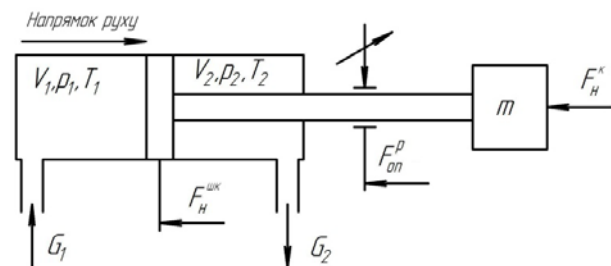


Рис. 2. Розрахункова схема пневмодвигуна з двома робочими порожнинами

У загальному випадку для даної моделі виконавчого механізму програмно-керованими, залежно від вибору способу регулювання, можуть бути величини витрат  $G_1$  та  $G_2$ , а також сила опору  $F_{оп}^P$ . Величини витрат  $G_1$  та  $G_2$  визначаються з моделі ліній управління, а сила опору  $F_{оп}^P$  – з моделі гальмівного пристрою (якщо таке є).

Модель ліній управління, які у загальному випадку, складаються з комунікаційних каналів й розподільної апаратури. При складанні моделі ліній управління пневмоагрегатів з програмним управлінням приймемо такі припущення:

- впливом зміни температури, а також процесів теплообміну з навколишнім середовищем можна знехтувати;

- тиск повітря на вході в лінію управління постійний і не залежить від витрати робочого середовища;

- процеси течії повітря можуть бути прийнятні квазістаціонарними.

Дослідження теорії термодинаміки [3, 5–10] показують, що витрата повітря через складну пневматичну систему, до якої часто можна віднести ліній управління, залежить від багатьох чинників, серед яких важливими є: перепад тиску, а також їх абсолютні значення на вході й виході в лінію управління; витратні характеристики окремих

елементів, що входять в лінію управління, а також співвідношення між їх пропускними здатностями. З урахуванням цього, для визначення витрати робочого середовища у двох випадках на пряму руху, отримано систему рівнянь (табл. 1).

На основі розглянутої моделі ліній управління знайдено значення витрат, які входять до рівнянь термодинаміки.

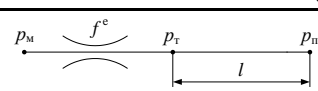
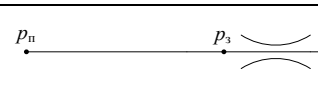
Оцінка функціональних можливостей позиційних пневмоагрегатів з точки зору їх динаміки є одною з основних задач, що виникають перед проектувальником пневмоагрегатів. Ця задача вирішена на базі зворотної задачі динамічного розрахунку пневмоагрегата, а саме, за відомими конструктивними параметрами пневмоагрегата й заданому закону руху його вихідної ланки, визначається закон зміни ефективних площ розподільної апаратури.

Аналіз рівнянь термодинаміки для чисельного вирішення показує, що для пневмодвигуна з двома робочими порожнинами, система може бути представлена у вигляді:

$$\dot{p}_1 = \frac{k}{F_1 x + V_{10}} (f_1^e K_G^1 - p_1 F_1 \dot{x});$$

$$\dot{p}_2 = \frac{k}{F_2 (S - x) + V_{20}} (f_2^e K_G^2 + p_2 F_2 \dot{x}),$$

Таблиця 1 – Звідна таблиця результатів

№	Отримана система рівнянь
I варіант – робоче середовище поступає з магістралі в порожнину пневмодвигуна	 $y = \frac{p_n}{p_m}; y_3 = \frac{p_r}{p_m}; y_r = \frac{p_n}{p_r}; \zeta = \frac{0,5\lambda \cdot l_r}{D_r}; \lambda \approx 0,03.$
1-й випадок	$y \geq 0,5, B$ – будь-який; $y < 0,5$ й $B \geq \sqrt{1-4y^2}$ , де $B = \frac{2f^e \sqrt{\zeta}}{F_r}$ ; $G = p_m f^e \sqrt{\frac{2}{RT}} y_3 (1 - y_3)$ , де $y_3 = \left( \sqrt{B^4 + 4y^2 (1 + B^2)} + B^2 \right) / \left[ 2(1 + B^2) \right]$ .
2-й випадок	$y < 0,5$ и $B < \sqrt{1-4y^2}$ ; $G = \frac{1}{2} p_m \sqrt{\frac{2}{RT}}$ .
II варіант – робоче середовище поступає з порожнини пневмодвигуна в магістраль	 $y = \frac{p_a}{p_n}; y_3 = \frac{p_a}{p_3}; y_r = \frac{p_a}{p_n}$ .
1-й випадок	$y \geq 0,5, B$ – будь-який; $y < 0,5$ и $B > \sqrt{\frac{1}{y^2} - 4}$ ; $G = p_m f^e \sqrt{\frac{2}{RT}} y_3 (1 - y_3)$ , де $y_3 = \frac{y \left( y B^2 + \sqrt{y^2 B^4 + 4y^2 B^2 + 4} \right)}{2(1 + y^2 B^2)}$ .
2-й випадок	$y < 0,5$ и $B < \sqrt{\frac{1}{y^2} - 4}$ ; $G = \frac{1}{2} p_m y_3 f^e \sqrt{\frac{2}{RT}}$ , где $y_3 = \frac{1}{2} y \sqrt{B^2 + 4}$ .
Примітка: $y_3, y_r, y$ – відносний перепад тиску на зосередженому опорі, трубопроводі і лінії управління; $p_m, p_r, p_n$ – абсолютний тиск повітря на вході зосередженого опору, трубопроводу і робочої порожнини; $p_a$ – атмосферний тиск; $f^e$ – ефективна площа; $B$ – конструктивний параметр ліній управління; $\zeta$ – коефіцієнт опору трубопроводу; $\lambda$ – коефіцієнт тертя повітря в трубі; $D_r, F_r, l_r$ – відповідно внутрішній діаметр, площа прохідного перетину і довжина труби; $G$ – витрати через лінію управління	

де  $S$  – хід поршня;  $f_1^e$  та  $f_2^e$  – ефективні площі зосереджених опорів, значення яких змінюються програмним шляхом;  $K_G^1$  та  $K_G^2$  – коефіцієнти, що враховують схему підключення до порожнин пневмодвигуна;  $V_{10}$  та  $V_{20}$  – шкідливі об'єми робочих порожнин пневмодвигуна;  $x$  – координата переміщення вихідної ланки;  $\dot{x}$  – швидкість вихідної ланки.

При чисельному методі Ейлера  $p_1$  та  $p_2$  визначаються таким чином:

$$p_{1(i+1)} = p_{1(i)} + \dot{p}_{1(i)}h \text{ та } p_{2(i+1)} = p_{2(i)} + \dot{p}_{2(i)}h,$$

де  $h$  – середній крок,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Після підстановки останніх двох умов в рівняння руху, отримано:

$$m\ddot{x} = \left[ p_{1(i)} + \frac{k \cdot h \cdot (f_1^e K_G^1 - p_{1(i)} F_1 \dot{x})}{F_1 x + V_{10}} \right] \cdot F_1 - \left[ p_{2(i)} + \frac{k \cdot h \cdot (f_2^e K_G^2 + p_{2(i)} F_2 \dot{x})}{F_2 (S - x) + V_{20}} \right] \cdot F_2 - p_a \cdot (F_1 - F_2) - F_{\text{он}}.$$

Отримане рівняння є початковим для вирішення зворотної задачі.

Вигляд рішення залежатиме від того, яка з площ  $f_1^e$  або  $f_2^e$  визначається за програмою:

1-й випадок:  $f_1^e = f_2^e = f^e$ , що має місце, наприклад, при симетричному розподільному пристрої:

$$f^e = \frac{m\ddot{x} - p_{1(i)}F_1 + p_{2(i)}F_2 + p_a \cdot (F_1 - F_2) + F_{\text{он}}}{\left\{ \frac{k \cdot h \cdot F_1 \cdot K_G^1}{(F_1 \cdot x + V_{10})} - \frac{k \cdot h \cdot F_2 \cdot K_G^2}{[F_2 \cdot (S - x) + V_{20}]} \right\}} + \frac{\frac{k \cdot h \cdot p_{1(i)} \cdot \dot{x} \cdot F_1^2}{(F_1 \cdot x + V_{10})} + \frac{k \cdot h \cdot p_{2(i)} \cdot \dot{x} \cdot F_2^2}{[F_2 \cdot (S - x) + V_{20}]}}{\left\{ \frac{k \cdot h \cdot F_1 \cdot K_G^1}{(F_1 \cdot x + V_{10})} - \frac{k \cdot h \cdot F_2 \cdot K_G^2}{[F_2 \cdot (S - x) + V_{20}]} \right\}}.$$

2-й випадок: відомий закон зміни  $f_2^e$ . Необхідно визначити закон зміни  $f_1^e$ :

$$f_1^e = \left\{ m\ddot{x} - p_{1(i)}F_1 + p_{2(i)}F_2 + p_a \cdot (F_1 - F_2) + F_{\text{он}} + \frac{k \cdot h \cdot p_{1(i)} \cdot \dot{x} \cdot F_1^2}{(F_1 \cdot x + V_{10})} + \frac{k \cdot h \cdot F_2 \cdot (p_{2(i)} \cdot F_2 \cdot \dot{x} + f_2^e \cdot K_G^2)}{[F_2 \cdot (S - x) + V_{20}]} \right\} \cdot \frac{(F_1 \cdot x + V_{10})}{(k \cdot h \cdot K_G^1 \cdot F_1)}.$$

3-й випадок: відомий закон зміни  $f_1^e$ . Необхідно визначити  $f_2^e$ :

$$f_2^e = \left\{ -m\ddot{x} + p_{1(i)}F_1 + p_{2(i)}F_2 - p_a \cdot (F_1 - F_2) - F_{\text{он}} + \frac{k \cdot h \cdot F_1 \cdot (K_G^1 \cdot f_1^e - p_{1(i)} \cdot \dot{x} \cdot F_1)}{(F_1 \cdot x + V_{10})} - \frac{k \cdot h \cdot p_{2(i)} \cdot F_2 \cdot \dot{x}}{[F_2 \cdot (S - x) + V_{20}]} \right\} \cdot \frac{(F_2 \cdot (S - x) + V_{20})}{(k \cdot h \cdot K_G^2 \cdot F_2)}.$$

При використанні гальмівного пристрою з програмним управлінням зворотня задача полягає у визначенні закону зміни  $F_{\text{он}}$ , який забезпечує задані технічні характеристики агрегату, а саме:

$$F_{\text{он}} = \left[ \frac{p_{1(i)} + k \cdot h \cdot (K_G^1 \cdot f_1^e - p_{1(i)} \cdot \dot{x} \cdot F_1)}{(F_1 \cdot x + V_{10})} \right] \cdot F_1 - \left[ \frac{p_{2(i)} + k \cdot h \cdot (f_2^e \cdot K_G^2 + p_{2(i)} \cdot F_2 \cdot \dot{x})}{(F_2 \cdot (S - x) + V_{20})} \right] \cdot F_2 - p_a \cdot (F_1 - F_2) - m\ddot{x}.$$

Аналіз законів руху вихідної ланки позиційного пневмоагрегата для забезпечення заданих технічних характеристик. Виділяються дві різних технологічних задачі, які вирішуються пневмоагрегатами з програмним управлінням. Одна полягає в переміщенні робочого органу об'єкта механізації з однієї точки простору в іншу за довільним законом – це транспортна задача. Як правило, жорсткі вимоги при вирішенні такої задачі пред'являються лише до точності позиціонування. Друга – більш складна задача. Вона полягає у відпрацюванні вихідною ланкою пневмоагрегата заданого закону руху, обумовленого вимогами технологічного процесу.

Якщо при вирішенні транспортної задачі проектувальник системи пневмоагрегатів має право сам вибирати закон руху вихідної ланки, то в другому випадку закон руху вже визначено вимогами технологічного процесу. Проте, як показав огляд і аналіз позиційних пневмоагрегатів [11–18], регулювання параметрів руху їх вихідної ланки здійснюється в невеликій області, званої зоною позиціонування. Такий підхід обумовлювався обмеженими можливостями системи управління. В даний час, з появою моделей систем управління, що дозволяють реалізувати складні закони управління, з'явилася можливість регулювати параметри руху позиційного пневмоагрегата протягом всього періоду його руху. Це дозволяє поліпшити динаміку пневмоагрегата за рахунок збільшення плавності зміни швидкості. Для пневмоагрегатів це особливо важливо, тому що їх робочим середовищем є повітря, що володіє високою стисливістю.

Основна перевага другого підходу перед першим полягає в тому, що при наближенні вихідної ланки агрегату до зони позиціонування параметри його руху виявляються в обумовленому проектувальниками

діапазоні, і, таким чином, краще піддаються регулюванню. При цьому підвищується точність позиціонування і знижується небезпека виникнення автоколивань.

Параметрами руху вихідної ланки пневмоагрегата є значення переміщення і похідних від нього за часом – швидкості, прискорення тощо. Очевидно, що всі вони задані залежністю переміщення від часу – функцією позиціонування. Враховуючи, що позиційний пневмоагрегат вирішує транспортну задачу переміщення робочого органу об'єкту механізації з однієї точки в іншу, ця функція повинна відповідати наступним основним вимогам:

- вимога нерозривності значень основних параметрів руху – переміщення, швидкості, прискорення;

- вимога стійкості розгону й гальмування, що полягає в рівності нулю значень швидкості й прискорення в початковий та кінцевий моменти руху;

- вимога мінімальності перевантажень, що полягає в забезпеченні мінімальності значень прискорення протягом всього періоду руху пневмоагрегата;

- вимога найбільшої продуктивності, що полягає в забезпеченні мінімальності часу руху.

Вказаним вище вимогам відповідає функція позиціонування, що описується для семи інтервалів руху. Кожен інтервал описується двома значеннями параметрів руху, відповідних початку періоду руху і всьому періоду руху.

Так період руху описується наступними залежностями:

- на нульовому інтервалі (початок розгону) – в початковий момент часу ( $T = t$ ) функція позиціонування  $U$  дорівнює нулю, прискорення ( $UT$ ) і швидкість ( $UT^2/2$ ) теж дорівнюють нулю, а переміщення ( $UT^3/6$ ) відповідає значенню  $x_0$ ;

- на першому інтервалі (розгін) – при початкових умовах  $t_1 = \frac{\ddot{x}_{\max}}{U}$ ,  $x_1 = x_0 + \frac{\dot{x}_{\max}^3}{6 \cdot U^2}$ ,  $\dot{x}_1 = \frac{\dot{x}_{\max}^2}{2 \cdot U}$ ,  $\ddot{x}_1 = \dot{x}_{\max}$ , отримаємо наступні значення для першого періоду руху: час –  $T = t - t_1$ ,

$$\text{переміщення} - \frac{\dot{x}_{\max}^2}{2 \cdot U} \cdot T + \frac{\ddot{x}_{\max}^2}{2} \cdot T^2 + x_1,$$

$$\text{швидкість} - \frac{\dot{x}_{\max}^2}{2 \cdot U} + \ddot{x}_{\max} \cdot T,$$

$$\text{прискорення} - \ddot{x}_{\max};$$

- на другому інтервалі (закінчення розгону) – при початкових умовах  $t_2 = \frac{x_{\max}}{\dot{x}_{\max}}$ ,  $x_2 = \frac{\dot{x}_{\max}}{2} \cdot \left( \frac{\dot{x}_{\max}}{\dot{x}_{\max}} - \frac{\ddot{x}}{U} \right) + x_1$ ,

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_{\max} - \frac{\dot{x}_{\max}^2}{2 \cdot U}, \quad \ddot{x}_2 = \ddot{x}_{\max}, \quad \text{отримаємо наступні}$$

значення для другого періоду руху: час –  $T = t - t_2$ ,

$$\text{переміщення} - \dot{x} \cdot T + \frac{\ddot{x}_{\max} \cdot T^2}{2} - \frac{U \cdot T^3}{6} + x_2,$$

$$\text{швидкість} - \dot{x}_2 + \ddot{x}_{\max} \cdot T - \frac{U \cdot T^2}{2},$$

$$\text{прискорення} - \ddot{x}_{\max} - U \cdot T;$$

- третій інтервал (робочий рух із заданою постійною швидкістю) – при початкових умовах

$$t_3 = t_1 + t_2, \quad x_3 = \frac{\dot{x}_{\max} \cdot \ddot{x}_{\max}}{U} - \frac{\ddot{x}_{\max}^3}{6 \cdot U^2} + x_2, \quad \dot{x}_3 = \dot{x}_{\max}, \quad \ddot{x}_3 = 0,$$

отримаємо наступні значення для третього періоду руху: час –  $T = t - t_3$ ,

$$\text{переміщення} - \dot{x}_{\max} \cdot T + x_3,$$

$$\text{швидкість} - \dot{x}_{\max},$$

$$\text{прискорення дорівнює нулю};$$

- четвертий інтервал (початок гальмування) – при початкових умовах  $t_4 = \frac{x_K - x_0}{\dot{x}_{\max}}$ ,  $\dot{x}_4 = \dot{x}_{\max}$ ,  $\ddot{x}_4 = 0$ ,

$$x_4 = x_K - \frac{\dot{x}_{\max}}{2} \cdot \left( \frac{x_{\max}}{U} + \frac{\dot{x}_{\max}}{\ddot{x}_{\max}} \right), \quad \text{отримаємо наступні}$$

значення для четвертого періоду руху: час –  $T = t - t_4$ ,

$$\text{переміщення} - \dot{x}_{\max} \cdot T - \frac{U \cdot T^3}{6} + x_4,$$

$$\text{швидкість} - \dot{x}_{\max} - \frac{U \cdot T^2}{2},$$

$$\text{прискорення} - (-U \cdot T);$$

- п'ятий інтервал (гальмування) – при початкових умовах  $t_5 = t_4 + t_1$ ,  $x_5 = x_K - \left[ \frac{\dot{x}_{\max}}{2} \cdot \left( \frac{\dot{x}_{\max}}{\ddot{x}_{\max}} - \frac{\ddot{x}_{\max}}{U} \right) + \frac{\dot{x}_{\max}^3}{6 \cdot U^2} \right]$ ,

$\dot{x}_5 = \dot{x}_2$ ,  $\ddot{x}_5 = -\ddot{x}_{\max}$ , отримаємо наступні значення для п'ятого періоду руху: час  $T = t - t_5$ ,

$$\text{переміщення} - \dot{x}_5 \cdot T - \frac{\ddot{x}_{\max} \cdot T^2}{2} + x_5,$$

$$\text{швидкість} - \dot{x}_5 - \ddot{x}_{\max} \cdot T,$$

$$\text{прискорення} - (-\ddot{x}_{\max});$$

- шостий інтервал (закінчення гальмування) – при початкових умовах  $t_6 = t_5 + t_2 - t_1$ ,  $x_6 = x_K - \frac{\dot{x}_{\max}^3}{6 \cdot U^2}$ ,

$\dot{x}_6 = \dot{x}_1$ ,  $\ddot{x}_6 = -\ddot{x}_{\max}$ , отримаємо наступні значення для шостого періоду руху: час  $T = t - t_6$ ,

$$\text{переміщення} - \frac{U \cdot T^3}{6} - \frac{\ddot{x}_{\max} \cdot T^2}{2} + \dot{x}_1 \cdot T + x_6,$$

$$\text{швидкість} - \frac{U \cdot T^2}{2} - \ddot{x}_{\max} \cdot T + \dot{x}_1,$$

$$\text{прискорення} - (-\ddot{x}_{\max} + U \cdot T);$$

- сьомий інтервал (стоп) – значення параметрів руху приймають вигляд: час  $t_7 = t_5 + t_2$ , переміщення  $x_7 = x_K$ , швидкість  $\dot{x}_7 = 0$ , прискорення  $\ddot{x}_7 = 0$ .

У зазначених вище виразах прийнято  $x, \dot{x}, \ddot{x} = 0$  – поточні значення переміщення, швидкості і прискорення;  $t, T$  – відповідно поточний час для всього періоду і для розглянутого інтервалу руху;  $U$  – постійна величина, відповідна швидкості зміни прискорення;  $x_0, x_K$  – початкова і кінцева координати; змінні з числовими індексами є початковими значеннями параметрів руху для даного інтервалу; змінні з індексом «max» відповідають максимально

можливим параметрам руху.

Для вирішення даної задачі розроблено програму в обчислювальній системі MATLAB (trial version) й побудовано графіки зміни основних параметрів руху для двох функцій позиціонування [19], що мають загальні початкову і кінцеву координати переміщення  $x_0 = 0,1$  й  $x_K = 0,4$  м, але відрізняються максимальними значеннями параметрів руху.

Для кривої 1 –  $\dot{x}_{\max} = 0,533$  м/с;  $\ddot{x}_{\max} = 6$  м/с<sup>2</sup>;  $U = 135$  м/с<sup>3</sup>; для кривої 2 –  $\dot{x}_{\max} = 1,065$  м/с;  $\ddot{x}_{\max} = 8$  м/с<sup>2</sup>;  $U = 120$  м/с<sup>3</sup> (рис. 3).

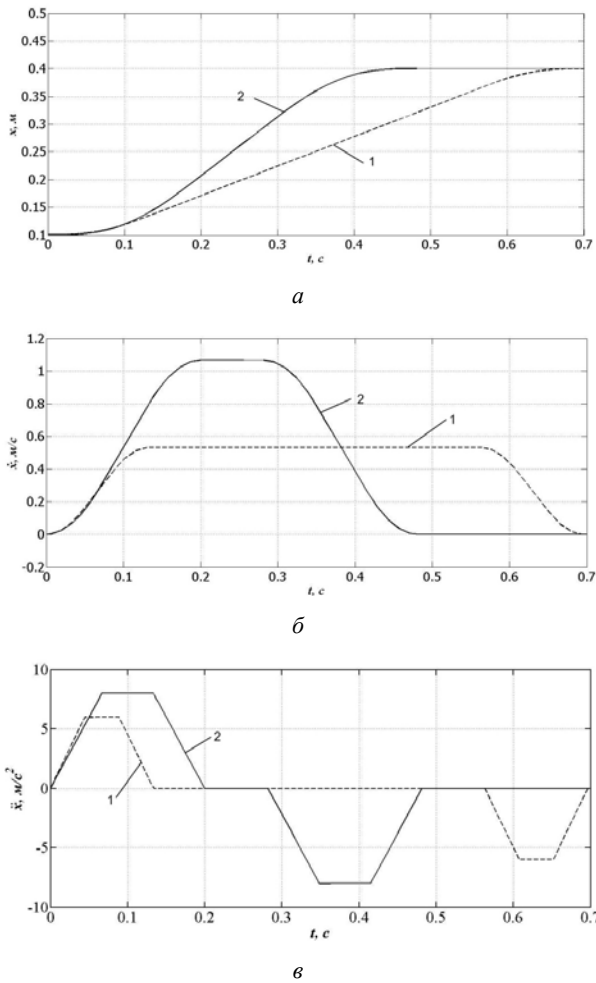


Рис. 3. Графіки зміни основних параметрів руху для двох функцій позиціонування, що мають загальні початкову і кінцеву координати переміщення:  
а – переміщення; б – швидкість; в – прискорення

Розглянута функція позиціонування забезпечує плавний розгін вихідної ланки пневмоагрегата, потім його рух із постійною швидкістю і плавне гальмування із зупинкою в точці позиціонування.

Ця функція являє собою один з можливих варіантів опису заданого закону руху вихідної ланки агрегату, в даному випадку позиційного агрегату.

Іншим варіантом завдання закону руху може служити циклоїдальний закон [20, 21], який також відповідає основним вимогам, що пред'являються до функції позиціонування, теж забезпечує нерозривність

основних параметрів руху – переміщення, швидкості і прискорення, рівність нулю значень швидкості і прискорення в початковий і кінцевий моменти руху. Важливою перевагою циклоїдального закону є також компактність і простота математичного опису.

Однак його істотним недоліком є відсутність ділянок рівноприскореного і рівномірного руху, що ускладнює забезпечення виконання вимог по мінімальності перевантажень і максимальної продуктивності, тобто даний закон руху буде не ефективний для довгоходових пневмоагрегатів з великими інерційними навантаженнями. Однак для невеликих ходів його застосування може виявитися досить раціональним.

Функція позиціонування, що описується математичними залежностями на семи інтервалах, визначається п'ятьма параметрами, два з яких жорстко задані, це  $x_0$  й  $x_K$  – початкова і кінцева координати переміщення вихідної ланки виконавчого механізму, а три  $\dot{x}_{\max}$ ,  $\ddot{x}_{\max}$  й  $U$  – швидкість постійного руху, максимальне прискорення й значення швидкості зміни прискорення обираються проектувальником.

При виборі  $\dot{x}_{\max}$ ,  $\ddot{x}_{\max}$  і  $U$  можна скористатися критеріями програмної керованості [2, 19]. При цьому слід мати на увазі, що варіювати значеннями сталої швидкості, як правило, не представляється можливим, тому що остання визначається вимогами технологічного процесу. Тому залишається два варійованих параметра  $\ddot{x}_{\max}$  і  $U$ . Задача їх знаходження є задачею оптимізації за критеріями програмної керованості. З огляду на те, що розробник систем пневмоагрегатів може досить просто варіювати ефективної площею лінії нагнітання  $f_1^e$ , яка також істотно впливає на виконання умов програмної керованості, то виявилось доцільним пошук  $\ddot{x}_{\max}$  і  $U$  проводити спільно з пошуком  $f_1^e$ .

Таким чином, при коректному виборі закону руху за допомогою даної функції позиціонування необхідно вирішити задачу оптимізації для знаходження трьох параметрів.

Ця задача може бути вирішена методом градієнтного спуску [22]. При цьому на зазначені параметри накладаються такі обмеження:

$$f_1^e < f_1^{e \max}, \quad (1)$$

де  $f_1^{e \max}$  – максимально можлива ефективна площа лінії нагнітання, що визначається конструктивними характеристиками розподільної апаратури і лінії управління порожнини нагнітання.

З вищеведеного випливає, що для нормального виконання розгону повинна виконуватися умова

$$\dot{x}_2 < \dot{x}_1, \text{ або } \frac{\dot{x}_{\max}^2 - \ddot{x}_{\max}^2}{2 \cdot U} \geq \frac{\dot{x}_{\max}^2}{2 \cdot U}, \text{ звідки маємо:}$$

$$U \geq \frac{\dot{x}_{\max}^2}{\ddot{x}_{\max}^2}. \quad (2)$$

Крім того, для існування ділянки рівномірного руху з постійною швидкістю  $\dot{x}_{\max}$  повинна виконуватися умова  $x_4 > x_3$ . Підставляючи в цю нерівність значення  $x_3$  і  $x_4$ , після нескладних перетворень одержуємо:

$$x_K - x_0 \geq \dot{x}_{\max} \cdot \left( \frac{\dot{x}_{\max}}{\ddot{x}_{\max}} + \frac{\ddot{x}_{\max}}{U} \right). \quad (3)$$

Використовуючи правила перетворення нерівностей, отримуємо:

$$U \geq \frac{\dot{x}_{\max} \cdot \dot{x}_{\max}^2}{(x_K - x_0) \cdot \ddot{x}_{\max} - \dot{x}_{\max}^2} \text{ при } (x_K - x_0) \cdot \ddot{x}_{\max} > \dot{x}_{\max}^2;$$

$$U \leq \frac{\dot{x}_{\max} \cdot \dot{x}_{\max}^2}{-(x_K - x_0) \cdot \ddot{x}_{\max} + \dot{x}_{\max}^2} \quad (4)$$

при  $(x_K - x_0) \cdot \ddot{x}_{\max} \leq \dot{x}_{\max}^2$ .

З огляду на можливість перетину умов (2) і (4), необхідно провести їх порівняння.

Порівняння (2) і (4) дає, що

$$\frac{\dot{x}_{\max}^2}{\ddot{x}_{\max}} < \frac{\dot{x}_{\max} \cdot \dot{x}_{\max}^2}{(x_K - x_0) \cdot \ddot{x}_{\max} - \dot{x}_{\max}^2}$$

при  $\frac{\dot{x}_{\max}^2}{x_K - x_0} < \ddot{x}_{\max} \leq 2 \cdot \frac{\dot{x}_{\max}^2}{x_K - x_0}; \quad (5)$

$$\frac{\dot{x}_{\max}^2}{\ddot{x}_{\max}} > \frac{\dot{x}_{\max} \cdot \dot{x}_{\max}^2}{(x_K - x_0) \cdot \ddot{x}_{\max} - \dot{x}_{\max}^2} \text{ при } \ddot{x}_{\max} > 2 \cdot \frac{\dot{x}_{\max}^2}{x_K - x_0}.$$

При порівнянні (2) і (4) отримуємо:

$$\frac{\dot{x}_{\max}^2}{\ddot{x}_{\max}} \leq U \leq \frac{\dot{x}_{\max} \cdot \dot{x}_{\max}^2}{\dot{x}_{\max} - (x_K - x_0) \cdot \ddot{x}_{\max}}. \quad (6)$$

Об'єднуючи (2), (4), (6), отримуємо наступну систему обмежень, що накладаються на варійовані параметри:

$$\frac{\dot{x}_{\max}^2}{\ddot{x}_{\max}} \leq U \leq \frac{\dot{x}_{\max} \cdot \dot{x}_{\max}^2}{\dot{x}_{\max} - (x_K - x_0) \cdot \ddot{x}_{\max}}$$

при  $0 \leq \ddot{x}_{\max} \leq \frac{\dot{x}_{\max}^2}{x_K - x_0};$

$$U \geq \frac{\dot{x}_{\max} \cdot \dot{x}_{\max}^2}{(x_K - x_0) \cdot \ddot{x}_{\max} - \dot{x}_{\max}^2} \quad (7)$$

при  $\frac{\dot{x}_{\max}^2}{x_K - x_0} < \ddot{x}_{\max} \leq 2 \cdot \frac{\dot{x}_{\max}^2}{x_K - x_0};$

$$U > \frac{\dot{x}_{\max}^2}{\ddot{x}_{\max}} \text{ при } \ddot{x}_{\max} > 2 \cdot \frac{\dot{x}_{\max}^2}{x_K - x_0}.$$

Отже, для вибору закону руху необхідно вирішити задачу оптимізації при трьох шуканих варійованих параметрах  $f_1^e$ ,  $\ddot{x}_{\max}$  і  $U$  з системою обмежень (1) і (7) за критеріями програмної керованості.

Для вирішення даної задачі була розроблена програма, написана на мові М-код для програми MATLAB (trial version). В процесі пошуку рішення за допомогою цієї програми було встановлено, що в точках розриву швидкості зміни прискорення –  $\ddot{x}$ , є скачки цільової функції, що утрудняють пошук рішення. Тому було прийнято рішення змінити вид функції позиціонування таким чином, щоб усунути точки розриву функції, яка описує зміну  $\ddot{x}$  (див. рис. 4). На рисунку кривою 1 показані старі значення параметрів руху, обчислені на підставі формул, описаних вище для семи інтервалів руху, кривою 2 показані нові значення параметрів руху. Тепер уже функція позиціонування описується не на семи інтервалах руху, а на одинадцяти. На графіку (рис. 4) видно, що скоригована функція позиціонування в порівнянні з початковою забезпечує плавну зміну прискорення –  $\ddot{x}$ , усуваючи злами (крива 2).

У випадках, коли не потрібно високої точності завдання закону руху, можна в якості функції позиціонування скористатися еталонною моделлю, яка для п'яти інтервалів руху записується в такий спосіб:

$$\dot{x}_e = k_1 \cdot (x_e - x_0) \text{ при } x_0 < x \leq x_1;$$

$$\dot{x}_e = \dot{x}_y - k_2 \cdot (x_1 - x_e)^n \text{ при } x_1 < x \leq x_2;$$

$$\dot{x}_e = \dot{x}_y \text{ при } x_1 < x \leq x_{II};$$

$$\dot{x}_e = \dot{x}_y - k_2 \cdot (x_e - x_{II})^n \text{ при } x_{II} < x \leq x_2;$$

$$\dot{x}_e = k_1 \cdot (x_K - x_e) \text{ при } x_2 < x \leq x_K,$$

де  $x_e, \dot{x}_e$  – значення еталонної координати і швидкості;  $x_1$  і  $x_2$  – координати кінця розгону і початку гальмування;  $x_I$  і  $x_{II}$  – координати початку і кінця усталеного руху;  $\dot{x}_y$  – швидкість усталеного руху.

Інтегрування  $\dot{x}_e$  дозволяє визначити  $x_e$ , а диференціювання –  $\ddot{x}_e$ . З врахуванням того, що

$$\ddot{x}_e = \frac{\partial \dot{x}_e}{\partial t}, \text{ отримуємо:}$$

$$\ddot{x}_e = k_1^2 \cdot (x_e - x_0) \text{ при } x_0 < x \leq x_1;$$

$$\ddot{x}_e = x_y \cdot k_2 \cdot n \cdot (x_1 - x_e)^{n-1} - k_2 \cdot n \cdot (x_1 - x_e)^{2n-1}$$

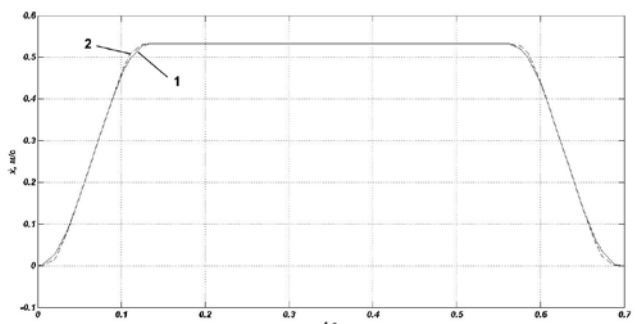
при  $x_1 < x \leq x_1;$

$$\ddot{x}_e = 0 \text{ при } x_1 < x \leq x_{II};$$

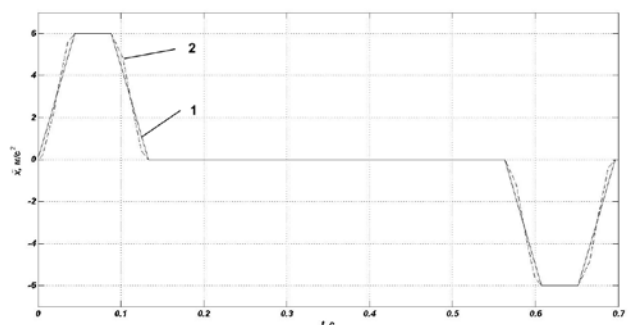
$$\ddot{x}_e = k_2^2 \cdot n \cdot (x_e - x_{II})^{2n-1} - \dot{x}_y \cdot k_2 \cdot n \cdot (x_e - x_{II})^{n-1}$$

при  $x_{II} < x \leq x_2$ ;

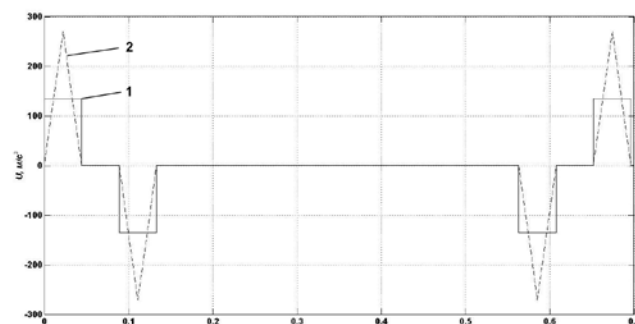
$$\ddot{x}_e = k_1^2 \cdot (x_e - x_K) \text{ при } x_2 < x \leq x_K.$$



а



б



в

Рис. 4. Графік зміни основних параметрів руху для двох функцій позиціонування:

1 – заданої на семи інтервалах руху; 2 – на одинадцяти;  
а – швидкість постійного руху; б – максимальне прискорення; в – швидкість зміни прискорення

**Висновки.** Розроблено математичну модель роботи системи позиційних пневмоагрегатів з програмованими електронними блоками управління, що дозволяє враховувати особливості системи пневмоагрегатів, й включає математичні моделі виконавчого механізму, модель ліній управління й модель системи управління з врахуванням реального масштабу часу.

В результаті досліджень розроблено методику оцінки функціональних можливостей пневмоагрегата, з точки зору його динаміки, що дозволяє оцінити в якій мірі даний пневмоагрегат може забезпечити виконання потрібних за технологічним процесом

характеристик, таких як: швидкодія, вантажопідйомність, точність відпрацювання задаючого сигналу та ін. Ця задача була вирішена на базі зворотної задачі динамічного розрахунку пневмоагрегата, яка полягала в знаходженні конструктивних параметрів за заданими технічними характеристиками, для цього була визначена функція позиціонування, що описується для семи та одинадцяти інтервалів руху.

На підставі функції позиціонування отримано закони руху вихідної ланки позиційного пневмоагрегата, що дозволяє забезпечити задані технічні характеристики, та забезпечує плавний розгін вихідної ланки пневмоагрегата, потім його рух із постійною швидкістю та плавне гальмування із зупинкою в точці позиціонування. Для використання отриманих результатів при проектуванні розроблена програма в середовищі MATLAB (trial version).

#### Список литературы

1. Sokol Ye., Cherkashenko M. *Synthesis of control schemes of drives system*. Kharkiv: NTU "KhPI", 2018. 120 p.
2. Черкашенко М. В., Сериков А. Д., Салыга Т. С., Фатеев А. Н., Фатеева Н. Н., Радченко Л. Р. *Позиционные гидropневмоагрегаты*. Харьков: НТУ «ХПИ», 2015. 115 с.
3. Baehr H. D., Kabelac S. *Thermodynamik. Grundlagen und technische Anwendungen*. Berlin: Springer Vieweg, 2016. 672 p.
4. Фатеева Н. М., Фатеев О. М. До питання динамічного розрахунку пневмоциліндрів з двостороннім управлінням. *Вісник Нац. техн. ун-ту «ХПИ»: зб. наук. пр. Темат. вип.: Математичне моделювання в техніці та технологіях*. Харків: НТУ «ХПИ». 2011. № 13. С. 171–176.
5. Лур'є З. Я., Гасюк О. І. *Динаміка об'ємних гидropневмосистем загальнопромислового призначення*. Харків: НТУ «ХПИ», 2008. 112 с.
6. *FESTO. Пневмоавтоматика*. FESTO Didactic, 2005. 145 с.
7. Струтинський В. Б. *Математичне моделювання процесів та систем механіки*. Житомир: ЖІТІ, 2001. 612 с.
8. Rakova E., Hepke J., Weber J. Comparison of Methods for the Investigation on the Energetic Behaviour of Pneumatic Drives. *Proc. of the 9th International Fluid Power Conference. Modern Fluid Power – Challenges, Responsibilities, Markets. Vol. 1*. Aachen, 2014. P. 116–127.
9. Cai M., Kawashima K., Kagawa T. Power Assessment of Flowing Compressed Air. *Journal of Fluids Engineering*. 2006. Vol. 128, issue 2. P. 402–405.
10. Watton J. *Fundamentals of Fluid Power Control*. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. 510 p.
11. Буренніков Ю. А., Немировський І. А., Козлов Л. Г. *Гідравліка, гідро- та пневмоприводи*. Вінниця: ВНТУ, 2013. 273 с.
12. Пашков Є. В., Осинський Ю. О. *Промислові механотронні системи на основі пневмоприводу*. Севастополь: СевНТУ, 2007. 394 с.
13. Lantela T., Kostamo J., Kajaste J., Pietola M. Analysis of the performance of fast acting miniature solenoid actuator for digital valves. *Proc. of the 9th International Fluid Power Conference. Modern Fluid Power – Challenges, Responsibilities, Markets. Vol. 1*. Aachen, 2014. P. 278–291.
14. Linjama M., Vilenius M. Improved Digital Hydraulic Tracking Control of Water Hydraulic Cylinder Drive. *International Journal of Fluid Power*. 2005. Vol. 6, no. 1. P. 29–39.
15. Нестеренко В. П. *Гідравліка, гідро- і пневмоприводи*. Рівне: НУВГП, 2012. 331 с.
16. Heikkilä M., Linjama M. Displacement Control of a Mobile Crane Using a Digital Hydraulic Power Management System. *Mechatronics – The Science of Intelligent Machines*. 2013. Vol. 23, issue 4. P. 452–461.
17. Siivonen L., Linjama M., Huova M., Vilenius M. Jammed On/Off Valve Fault Compensation with Distributed Digital Valve System. *International Journal of Fluid Power*. 2009. Vol. 10, no. 2. P. 73–82.



18. Winkler B. A Hydraulic Micro-Positioning System for Industrial Mill Centers. *Proc. of the Mechatronics*. Linz, 2012.
19. Фатєєв О. М. Підвищення технічного рівня гідропневмоагрегатів за рахунок синтезу раціональних схем: дис. ... канд. техн. наук: 05.05.17. Харків, 2012. 165 с.
20. *Cycloidal Motion*. URL: <https://nolte-nc-kurventechnik.homepage.t-online.de/en/motion-laws.html#GeneigteSinuslinie> (дата звернення: 04.11.2019).
21. *Examples of Cycloidal Motion in Physics*. URL: [https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Classical\\_Mechanics/Book%3A\\_Classical\\_Mechanics\\_\(Tatum\)/19%3A\\_The\\_Cycloid/19.10%3A\\_Examples\\_of\\_Cycloidal\\_Motion\\_in\\_Physics](https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Classical_Mechanics/Book%3A_Classical_Mechanics_(Tatum)/19%3A_The_Cycloid/19.10%3A_Examples_of_Cycloidal_Motion_in_Physics) (дата звернення: 07.11.2019).
22. *Gradient Descent: All You Need to Know*. URL: <https://hackernoon.com/gradient-descent-aynk-7cbe95a778da> (дата звернення: 04.11.2019).

## References (transliterated)

1. Sokol Ye., Cherkashenko M. *Synthesis of control schemes of drives system*. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2018. 120 p.
2. Cherkashenko M. V., Serikov A. D., Salyga T. S., Fateev A. N., Fateeva N. N., Radchenko L. R. *Pozitsionnye gidropnevmoagregaty* [Positional hydropneumatic units]. Kharkov, NTU "KhPI" Publ., 2015. 115 p.
3. Baehr H. D., Kabelac S. *Thermodynamik. Grundlagen und technische Anwendungen*. Berlin, Springer Vieweg Publ., 2016. 672 p.
4. Fatyeyeva N. M., Fatyeyev O. M. Do pytannya dynamichnoho rozrakhunku pnevmotsylindriv z dvostoronnim upravlinnyam [To the question of dynamic calculation of pneumatic cylinders with two-way control]. *Visnyk Nats. tekhn. un-tu "KhPI": zb. nauk. pr. Temat. vyp.: Matematychni modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh* [Bulletin of the National Technical University "KhPI": a collection of scientific papers. Thematic issue: Mathematical modeling in engineering and technology]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2011, no. 13, pp. 171–176.
5. Lur'ye Z. Ya., Hasyuk O. I. *Dynamika ob'yemnykh hidropnevmosystem zahal'nopromyslovoho pryznachennya* [Dynamics of volumetric hydropneumatic systems of general industrial purpose]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2008. 112 p.
6. *FESTO. Pneumoavtomatika* [FESTO. Pneumatic automation]. FESTO Didactic Publ., 2005. 145 p.
7. Strutyn'skyi V. B. *Matematychni modelyuvannya protsesiv ta system mekhaniky* [Mathematical modeling of processes and systems of mechanics]. Zhytomyr, ZhITI Publ., 2001. 612 p.
8. Rakova E., Hepke J., Weber J. Comparison of Methods for the Investigation on the Energetic Behaviour of Pneumatic Drives. *Proc. of the 9th International Fluid Power Conference. Modern Fluid Power – Challenges, Responsibilities, Markets. Vol. 1*. Aachen, 2014, pp. 116–127.
9. Cai M., Kawashima K., Kagawa T. Power Assessment of Flowing Compressed Air. *Journal of Fluids Engineering*. 2006, vol. 128, issue 2, pp. 402–405.
10. Watton J. *Fundamentals of Fluid Power Control*. Cambridge, Cambridge University Press Publ., 2009. 510 p.
11. Buryennikov Yu. A., Nemyrov'skyi I. A., Kozlov L. H. *Hidravlika, hidro- ta pnevmopryvody* [Hydraulics, hydraulic and pneumatic actuators]. Vinnitsa, VNTU Publ., 2013. 273 p.
12. Pashkov Ye. V., Osyn'skyi Yu. O. *Promyslovi mekhanotronni systemy na osnovi pnevmopryvodu* [Industrial mechatronic systems based on pneumatic actuator]. Sevastopol, SevNTU Publ., 2007. 394 p.
13. Lantela T., Kostamo J., Kajaste J., Pietola M. Analysis of the performance of fast acting miniature solenoid actuator for digital valves. *Proc. of the 9th International Fluid Power Conference. Modern Fluid Power – Challenges, Responsibilities, Markets. Vol. 1*. Aachen, 2014, pp. 278–291.
14. Linjama M., Vilenius M. Improved Digital Hydraulic Tracking Control of Water Hydraulic Cylinder Drive. *International Journal of Fluid Power*. 2005, vol. 6, no. 1, pp. 29–39.
15. Nesterenko V. P. *Hidravlika, hidro- i pnevmopryvody* [Hydraulics, hydraulic and pneumatic actuators]. Rivne, NUVHP Publ., 2012. 331 p.
16. Heikkilä M., Linjama M. Displacement Control of a Mobile Crane Using a Digital Hydraulic Power Management System. *Mechatronics – The Science of Intelligent Machines*. 2013, vol. 23, issue 4, pp. 452–461.
17. Siivonen L., Linjama M., Huova M., Vilenius M. Jammed On/Off Valve Fault Compensation with Distributed Digital Valve System. *International Journal of Fluid Power*. 2009, vol. 10, no. 2, pp. 73–82.
18. Winkler B. A Hydraulic Micro-Positioning System for Industrial Mill Centers. *Proc. of the Mechatronics*. Linz, 2012.
19. Fatyeyev O. M. *Pidvyshchennya tekhnichnoho rivnya hidropnevmoahreativ za rakhunok syntezu ratsional'nykh skhem: dys. ... kand. tekhn. nauk: 05.05.17* [Increase of a technological level of hydropneumatic units at the expense of synthesis of rational schemes. Candidate eng. sci. diss. (Ph. D.)]. Kharkiv, 2012. 165 p.
20. *Cycloidal Motion*. Available at: <https://nolte-nc-kurventechnik.homepage.t-online.de/en/motion-laws.html#GeneigteSinuslinie> (accessed 04.11.2019).
21. *Examples of Cycloidal Motion in Physics*. Available at: [https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Classical\\_Mechanics/Book%3A\\_Classical\\_Mechanics\\_\(Tatum\)/19%3A\\_The\\_Cycloid/19.10%3A\\_Examples\\_of\\_Cycloidal\\_Motion\\_in\\_Physics](https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Classical_Mechanics/Book%3A_Classical_Mechanics_(Tatum)/19%3A_The_Cycloid/19.10%3A_Examples_of_Cycloidal_Motion_in_Physics) (accessed 07.11.2019).
22. *Gradient Descent: All You Need to Know*. Available at: <https://hackernoon.com/gradient-descent-aynk-7cbe95a778da> (accessed 04.11.2019).

Надійшло (received) 14.11.2019

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Фатєєв Олександр Миколайович (Фатеев Александр Николаевич, Fatyeyev Aleksandr)** – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Гідравлічні машини ім. Г. Ф. Проскури»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9212-4507>; e-mail: fatyan1@ukr.net

**Фатєєва Надія Миколаївна (Фатеева Надежда Николаевна, Fatieieva Nadezhda)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Гідравлічні машини ім. Г. Ф. Проскури»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6955-5301>; e-mail: nadin\_yak@ukr.net

**Шевченко Наталія Григорівна (Шевченко Наталья Григорьевна, Shevchenko Nataliya)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Гідравлічні машини ім. Г. Ф. Проскури»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6877-7428>; e-mail: shevng@ukr.net