

О. В. УЗУНОВ, О. П. ГУБАРЕВ

МЕТОДИКА ПОБУДОВИ СТРУКТУРНО-ІМІТАЦІЙНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ КОМПОНЕНТІВ СИСТЕМ ГІДРОПРИВОДУ

Аналіз відомих підходів до побудови математичних моделей дозволив виявити їх схожість на загальному рівні і основну проблему їх розробки. Проблема полягає у значних втратах часу і фахових ресурсів внаслідок великої кількості ітеративних циклів забезпечення адекватності моделі. В роботі наведено методику побудови математичних моделей робочих процесів компонентів систем гідроприводу. Особливістю методики є використання у якості основи моделі змістовної структури процесу функціонування об'єкту моделювання. Для виявлення в процесі дій об'єкту такої структури і перевірки її відповідності реальним процесам використано ряд критеріїв. Таким критерієм є – досяжність запланованого результату (продуктивність); циклічна повторюваність процесу (замкненість); логічна визначеність процесу (достатність). Відповідність структури моделі вказаним критеріям забезпечує, на понятійному рівні, її адекватність структурі процесу функціонування реального об'єкту. Математичний опис моделі будується шляхом наповнення імітаційної структури описами елементарних процесів та їх логічних взаємозв'язків. Імітація процесу функціонування виконується у вигляді нескінченного циклу відповідно до структури та математичного опису у формі програмного коду в операційному середовищі комп'ютера. Використання методики дозволяє скоротити терміни розробки математичних моделей за рахунок зменшення часу отримання її коректної версії. Працездатність розробленої методики перевірено на прикладі її застосування для побудови моделі функціонування гідравлічного демпфера. Побудовану модель перевірено на коректність та стійкість за допомогою серії експериментів. Серед яких є: визначення реакції демпфера на дію зовнішньої сили, яка змінювалась за ступінчастим законом, перевірка стійкості роботи моделі при зміні величини такту циклічного процесу моделювання та різних параметрах демпфера, перевірка стійкості роботи моделі в жорстких експлуатаційних умовах, та інші. Результати експериментів підтвердили працездатність методики і коректність математичної моделі.

Ключові слова: математична модель, методика, процес, структура, гідравлічні компоненти, демпфер.

А. В. УЗУНОВ, А. П. ГУБАРЕВ

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ СТРУКТУРНО-ИМИТАЦИОННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КОМПОНЕНТОВ СИСТЕМ ГИДРОПРИВОДА

Анализ известных подходов к построению математических моделей позволил выявить их схожесть на общем уровне и основную проблему их разработки. Проблема состоит в значительных затратах времени и специальных ресурсов из-за большого количества итерационных циклов обеспечения адекватности модели. В работе приведено методику построения математических моделей рабочих процессов в компонентах систем гидропривода. Особенностью методики является использование в качестве основы для организации модели содержательной структуры процесса функционирования. Для выявления такой структуры в процессе действия объекта и проверке ее соответствия реальным процессам использовано ряд критериев. Такими критериями являются – достижимость запланированного результата (продуктивность); циклическая повторяемость процесса (замкнутость); логическая определенность процесса (достаточность). Соответствие структуры модели указанным критериям обеспечивает, на понятийном уровне, ее адекватность структуре процесса функционирования реального объекта. Математическое описание модели строится путем заполнения имитационной структуры описаниями элементарных процессов и их логических взаимосвязей. Имитация процесса функционирования выполняется в виде бесконечного цикла в соответствии со структурой и математическим описанием в форме программного кода в операционной среде компьютера. Использование методики позволяет сократить сроки разработки математических моделей за счет уменьшения времени получения ее корректной версии. Работоспособность разработанной методики проверена на примере ее применения для построения модели функционирования гидравлического демпфера. Построенную модель проверено на корректность и устойчивость с помощью серии экспериментов. Среди этих экспериментов были: определение реакции демпфера на действие внешней силы, которая изменялась по ступенчатому закону, проверка устойчивости работы модели при изменении величины такта циклического процесса моделирования и разных параметрах демпфера, проверка устойчивости работы модели в жестких эксплуатационных условиях. Результаты экспериментов подтвердили работоспособность методики и корректность математической модели.

Ключевые слова: математическая модель, методика, процесс, структура, гидравлические компоненты, демпфер.

O. UZUNOV, O. GUBAREV

METHODOLOGY OF BUILDING STRUCTURAL SIMULATION MATHEMATICAL MODELS OF HYDRAULIC DRIVE SYSTEMS COMPONENTS

Analysis of known approaches to building mathematical models allowed us to identify their similarity at the general level as well as the main problem of their development. The problem is related to the necessity of significant time and professional resources due to a large number of iterative cycles needed to ensure model adequacy. The work deals with the methodology of building mathematical models of operational processes of hydraulic drive systems components. The specific feature of the methodology is application as a basis for the model of the meaningful operation structure of the modelled object. A series of criteria was used to verify its compliance with the real processes. Such criteria included achievability of the expected results (efficiency); cyclic recurrence of the process (closed process); logical certainty of the process (sufficiency). The compliance of the model structure with these criteria enabled ensuring at the conceptual level its adequacy to the process of the real object operation. The mathematical description of the model has been built by filling the simulation structure with the descriptions of elementary processes and their logical relationships. The simulation of the operation process has been performed in an infinite cycle in accordance with the structure and mathematical description in the form of program code in the computer operating environment. Methodology application enabled reducing the time required to get its correct version. The efficiency of the developed methodology has been checked on the example of its application for building the hydraulic damper operation model. The developed model was tested to check the correctness and stability by performing a series of experiments. They included: determining the response of the damper to external forces, which varied according to the step law, checking the model stability when changing a step of the cyclic modelling process and various damper parameters, checking the stability of the model in harsh operating conditions, etc. The results of the experiments confirmed the efficiency of the methodology and the correctness of the mathematical model.

Keywords: mathematical model, methodology, process, structure, hydraulic components, damper.

Стан питання. Моделювання широко використовується в різноманітних галузях – техніці, біології, медицині, соціальних науках та ін. Складність взаємозв'язків природних явищ та складність технічних систем обумовлюють потребу в підготовці фахівців, які спроможні аналізувати, тлумачити, формалізувати, створювати і тестувати, та відтворювати формальними засобами процеси дії реальних об'єктів [1–3]. Найчастіше, математичну модель складають два основних компоненти – система інтегро-диференційних рівнянь, що зв'язують параметри у відповідності із закономірностями фізичних процесів, та методи їх чисельного розв'язання. Ключовим моментом у використанні математичного моделювання є побудова адекватної моделі, поведінка якої буде відповідати в достатній мірі та у визначених діапазонах параметрів процесам в об'єкті моделювання. На загальному рівні методики розробки математичних моделей є схожими і містять опис системи, що моделюється, побудову спрощеної моделі, математичну формалізацію, перевірку моделі, її уточнення, у разі недостатньої відповідності реальним процесам, або фіксації факту готовності моделі у разі її відповідності цим процесам [1, 2, 4]. В залежності від мети моделювання використовують різні концепції моделей. Якщо розробник має справу з робочими процесами в технічних системах, наприклад, пристроями систем гідроприводу, то для їх дослідження найчастіше використовують імітаційні моделі. Такі моделі дозволяють імітувати окремі функції або процеси експлуатації системи подібно до того, як вони відбуваються на практиці [1]. Імітаційні моделі гідравлічних компонентів та систем найчастіше будують шляхом описів цих процесів за допомогою диференційного числення [5–9] або методу зв'язаних графів [10–12]. Останній метод, на думку ряду дослідників, має перспективу розвитку [13, 14]. Це пояснюється можливістю врахування в математичній моделі топології процесів, що, з одного боку, є більш наочним, а, з іншого боку, підвищує ступінь імітації об'єкта, і, як наслідок, підвищує точність результатів моделювання, особливо для складних або гнучких процесів.

Ще одним підходом до побудови математичних моделей є створення моделі на основі якісної фізики [15]. В цьому підході модель представляють у вигляді комплексу компонентів, що поєднані структурою системи. При цьому, саме поняття структури не містить в собі функціональних навантажень компонентів. На наш погляд, такий підхід відкриває можливість для більш глибокого розуміння систем і створює підґрунтя для формального наближення математичних моделей до взаємозв'язків природних явищ в об'єктах моделювання. Однак в наведеному підході не наведено засоби представлення і закономірності будови структури.

Інша концепція покладена в основу функціонального моделювання, що базується на своєрідному використанні поняття функції. В ряді робіт [15, 16] пропонується розглядати функцію як перетворення між входом та виходом матеріалу,

енергії та інформації. В [17] автори також відмітили, що перетворення сигналу від входу до виходу відбувається кроками. Це підтверджено також в дослідженнях [18–21], а в огляді [22] підкреслено, що такий підхід є єдиним перспективним в представленні процесів в функціональному моделюванні. Певним підсумком є представлення словника, який систематизує терміни функціонального моделювання і які можуть бути використані для деталізації процесів в технічних системах [23]. В той же час, зміст словника не містить достатньо термінів для його використання при моделюванні компонентів гідравлічних систем.

Одним з обов'язкових етапів створення математичних моделей технічних об'єктів є їх верифікація та валідація. Цей етап є завершальним перед використанням моделі для досягнення поставленої мети розробником [3]. Як правило, верифікацію проводять шляхом визначення відповідності результатів моделювання фізичним законам, а валідацію виконують шляхом співставлення результатів моделювання з реальними процесами. Потрібного ступеню наближення модельних процесів до реальних процесів досягають ітеративним шляхом, виправляючи, уточнюючи та налаштовуючи модель. Ітеративний шлях побудови моделей процесів, в залежності від їх складності, може розтягатися в часі на місяці і роки. Тобто розробка моделі фактично утворює ітеративний цикл, який поступово ускладнюється, і може бути охарактеризовано часовим періодом. При зростанні кількості циклів і тривалості одного періоду математична модель може втратити свою актуальність. Скорочення термінів побудови математичних моделей є одною з задач, що потребує формального вирішення, яке лежить в площині розробки ефективних методів побудови математичних моделей та навчання їх використанню.

Основні передумови і підґрунтя для побудови структурно-імітаційних математичних моделей.

Аналіз ітеративного циклу побудови математичної моделі показує, що повторюваність циклу має місце від початкової гіпотези математичного опису процесу, який потрібно моделювати, до оцінювання коректності моделі, тобто охоплює всі етапи створення моделі. Це означає, що час відпрацювання циклу є достатньо великим. Шляхом до скорочення цього терміну є виконання поточних перевірок в процесі побудови моделі, що робить адекватність інтегральним показником процесу розробки. Для запровадження таких поточних перевірок необхідно мати відповідні критерії. Одним з варіантів є побудова моделі процесів в об'єкті частинами, які відповідають функціональному навантаженню частин об'єкту. В цьому випадку час циклу скорочується і ймовірність отримання коректної моделі збільшується. Однак, проблема необхідності ітеративного наближення до коректності моделі залишається. Рішення проблеми базується на глибині розгляду і врахуванні як процесів в об'єкті, так і їх взаємозв'язків. Розгляд роботи об'єкту

моделювання на рівні структури процесу його функціонування позбавляє необхідності мати справу з фізичними параметрами об'єкту, фізичними законами, які діють в ньому, та кількісними зв'язками між ними. Розглядаючи робочий процес на рівні структури необхідно з'ясувати перелік дій в процесі і черговість їх виконання для отримання запланованого результату. Якщо прийняти до уваги, що робочий процес прототипу моделювання має циклічно повторюватись, і що всі дії процесу є взаємно скоординованими, то створюється підґрунтя для визначення критеріїв, які притаманні структурі реальних процесів функціонування технічного об'єкту. Відповідно до запропонованої концепції такими критеріями є наступні. Критерій 1. Наявність такої кількості дій заданого змісту і черговості їх виконання, які призводять до отримання потрібного результату процесу (продуктивність). Критерій 2. Наявність в структурі серед дій процесу функціонування взаємно зворотних пар, що забезпечує можливість його циклічної повторюваності (замкненість). Критерій 3. Розташування пар дій в структурі процесу повинно бути взаємно скоординованим, що забезпечить циклічну повторюваність та логічну визначеність процесу (достатність).

Виконання запропонованих критеріїв при розробці структурно-імітаційної моделі підвищує топологічну відповідність процесу моделювання і процесу функціонування реального об'єкту. Використання такої імітаційної структури в якості каркасу дозволить побудувати модель-процес функціонування що зберігає впорядкування фізичних процесів в математичному описі і надає алгоритм розрахунку параметрів. При цьому сам математичний опис є іншою, більш узгодженою формою, представлення моделі, яка конкретизує елементарні функції процесу на рівні принципів функціонування прототипу та значень параметрів. Наведені міркування покладено в підґрунтя методики створення структурно-імітаційних математичних моделей.

Методика побудови математичної моделі, яка є імітаційною до взаємозв'язків фізичних процесів на структурному рівні, полягає у наступному [24].

1 Побудова розрахункової схеми, визначення керуючої дії та результату виконання процесу функціонування.

2. Деталізація процесу функціонування, формування переліку елементарних дій та визначення черговості їх виконання.

3. Аналіз переліку елементарних дій та їх розподілення по парах за ознакою взаємної зворотності.

4. Побудова структури процесу функціонування, яка відображає перетворення керуючої дії в запланований результат.

5. Перевірка інформаційної достатності структури процесу функціонування.

6. Корекція структури процесу у випадку її невідповідності умові інформаційної достатності

(перехід до п. 2).

7. Перевірка циклічності та логічної визначеності процесу функціонування.

8. Корекція структури у випадку її невідповідності умові логічної визначеності (перехід до п. 2).

9. Визначення математичних залежностей для імітації дій процесу функціонування відповідно до задіяних фізичних принципів.

10. Заміна елементарних дій процесу функціонування їх математичними імітаторами.

11. Імітація процесу функціонування для підтвердження функціональних властивостей моделі.

Приклад. Розглянемо приклад розробки математичної моделі роботи гідравлічного демпфера. Призначенням гідравлічного демпфера є компенсація зовнішньої сили шляхом створення протидіючої сили з поступовим розсіювання енергії.

Гідравлічний демпфер за принципом дії представлений циліндром з поршнем, які утворюють камеру змінного об'єму, що заповнена робочою рідиною (рис. 1). Профільований виступ на поршні в поєднанні з отвором в кришці циліндру, в який виступ може заходити, утворюють дросель. Площа і гідравлічний опір цього дроселю є змінними і залежать від зміщення виступу. Робоча рідина через дросель може потрапляти в бак. Зовнішня сила діє на поршень, переміщує його і виштовхує рідину, що призводить до зміни об'єму камери. При цьому робоча рідина проходячи через дросель створює додатковий тиск який збільшує силовий опір руху поршня.

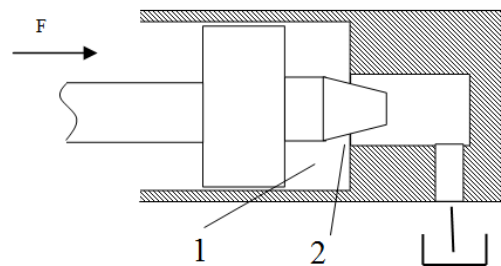


Рис. 1. Принципова схема гідравлічного демпфера: 1 – камера демпфера; 2 – дросель змінної площі

Процеси, що відбуваються в камері під час роботи гідравлічного демпфера, формують його експлуатаційні характеристики. Для пришивидження їх визначення, дослідження взаємозв'язків процесів і конструктивних та фізичних параметрів, визначення їх раціональних значень для заданих умов і режимів роботи демпфера необхідна розробка математичної моделі, яка дозволить імітувати експлуатаційні процеси.

Розробка математичної моделі. На першому етапі запропонованої методики має бути сформовано перелік та черговість виконання елементарних процесів (фізичних процесів, перетворень), які відбуваються у гідравлічному демпфері в процесі роботи.

Для виконання цього етапу необхідно побудувати розрахункову схему гідравлічного

демпфера, яка дозволяє деталізувати його принцип дії (рис. 2).

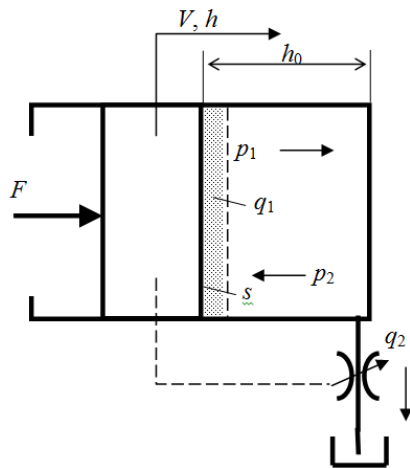


Рис. 2. Розрахункова схема гідравлічного демпфера

На другому етапі формується властивість продуктивності: процес функціонування демпфера має бути наслідком дії на поршень зовнішньої сили. В процесі функціонування виявлено наступні елементарні процеси та перетворення:

1. Перетворення зовнішньої сили у прискорення руху поршня.
2. Перетворення прискорення в швидкість.
3. Перетворення швидкості у витрату рідини.
4. Перетворення витрати у прирощення тиску в камері.
5. Додавання прирощення тиску до поточного значення тиску.
6. Перетворення тиску на вході в дросель у витрату рідини, яка проходить через нього.
7. Зменшення витрати призводить до від'ємного прирощення тиску в камері.
8. Додавання від'ємного прирощення тиску до поточного тиску.
9. Перетворення тиску в силу опору.
10. Оримання поршнем нового положення.

Третім етапом є формування пар взаємокомпенсуючих дій (замкненість структури процесу). Для цього для кожної дії, з наведеного вище переліку, відшукано взаємно зворотну дію, яка її компенсує або поглинає (нівілює) в загальному процесі. Отриманий перелік пар дій наведено нижче.

- 1 – перетворення зовнішньої сили в прискорення;
- $\bar{1}$ – перетворення тиску в силу опору;
- 2 – перетворення прискорення в швидкість поршня;
- $\bar{2}$ – отримання нового положення поршня;
- 3 – перетворення швидкості у витрату рідини;
- $\bar{3}$ – перетворення перепаду тиску на дроселі у витрату через дросель;
- 4 – перетворення витрати у прирощення тиску;
- $\bar{4}$ – перетворення витрати в зменшення тиску;
- 5 – отримання збільшеного тиску;
- $\bar{5}$ – отримання зменшеного тиску.

Четвертим етапом є формування структури

процесу функціонування, яка має відобразити перетворення від управляючої дії на вході в запланований результат на виході. Для цього кожному дію представлено у вигляді графічного символу елементарного процесу – спрямованої дуги, яка відображає початок, протяжність, напрямок та завершення виконання дії. Біля дуги записано також цифрове позначення, яке відповідає змісту дії, а тип дії відмічено знаком « $\bar{\quad}$ », наявність якого свідчить про її зворотність. Для функції демпфера, відповідно до схеми, структура процесу має наступний вигляд (рис. 3).

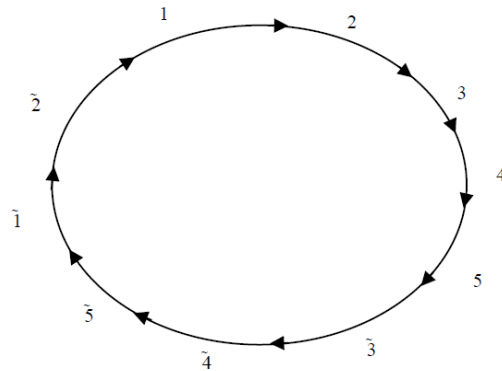


Рис. 3. Структура процесу функціонування гідравлічного демпфера

Перевірка критеріїв замкненості і достатності. Для встановлення критерію замкненості проаналізовано структуру процесу функціонування (рис. 3) за показниками: а) наявності всіх потрібних дій для отримання бажаного результату; б) наявності для кожної основної (прямої) дії, відповідної зворотної по відношенню до неї; в) наявності однакової кількості та черговості прямих та зворотних дій в структурі процесу. Наведена структура (рис. 3) вказаним вимогам відповідає, тобто є інформаційно замкненою.

Перевірка достатності (логічної визначеності) структури процесу. Для цього на схемі структури процесу функціонування побудовано лінії зв'язку, що з'єднують між собою послідовно розташовані основні і зворотні дії. Отриману структуру проаналізовано на наявність зв'язків між парами взаємозворотних дій. Якщо дві лінії перетинають одна одну, то результати цих дій є взаємообумовленими. Якщо для частини ліній зв'язку немає такого перетину з жодною іншою лінією, то ця частина процесу утворює окрему структуру, тобто система не є цілісною. В прикладі лінії 1-ї та 2-ї дій відокремлені від іншої частини системи, що проілюстровано лінією невизначеності (рис. 4, пунктирна лінія). Структура процесу є недостатньою і вона потребує або корегування, або уточнення.

Методика повертається на попередній пункт для перевірки повноти опису відповідно до принципу дії пристрою. Більш детальний аналіз процесу функціонування спрямовано на виявлення раніш не врахованих дій. Було з'ясовано, що в процесі приймає участь функція, яка визначає час сприйняття

збуджуючого сигналу без зміни стану системи. Такою функцією є формування часу сприйняття збуджуючого сигналу. Зворотною функцією для неї є поглинання цього часу шляхом приєднання до інтегрального часу роботи системи. Позначивши вказані функції (дії) символами «б» та « \tilde{b} » і вставивши їх в такі місця процесу, які дозволяють логічно розрахувати їх значення, отримано відкориговану структуру (рис. 5). Накреслення лінії зв'язку між доданими діями призвело до утворення взаємних перетенів всіх ліній зв'язку в структурі процесу і знищення лінії невизначеності. Отримана структура відповідає критеріям замкненості, повноти і достатності і логічно визначає модель фізичного процесу дії демпфера на структурному рівні.

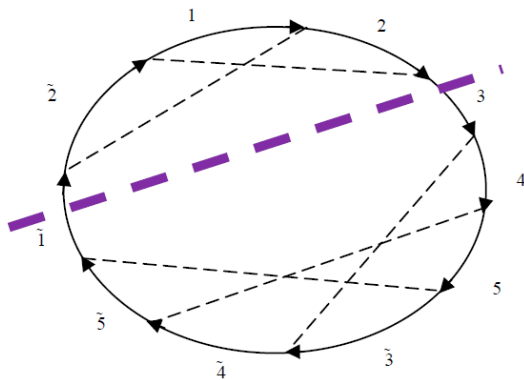


Рис. 4. Структура процесу функціонування гідравлічного демпфера з позначенням ліній зв'язку між взаємозворотними діями

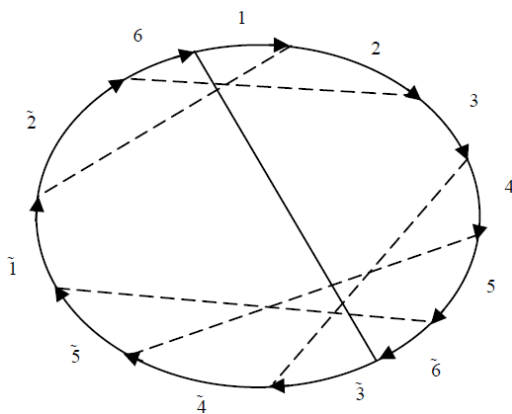


Рис. 5. Логічно визначена структура процесу функціонування гідравлічного демпфера

Наповнення структури моделі математичним описом елементарних процесів (функцій або дій). Математичний опис вноситься шляхом заміни словесного опису на математичні інтерпретатори. При цьому математичні залежності ґрунтуються на фізичних законах, що описують перетворення, які відповідають змісту дій. Порядок відпрацювання елементарних процесів (функцій або дій) повторює структуру процесу функціонування або принципу дії об'єкта моделювання. Отриманий математичний опис (1) копіює структуру прототипу, тобто є структурно наближеним до фізичної дії гідравлічного демпфера.

$$\begin{aligned}
 6: t_1 &= (h_0 - h) / c, \\
 1: a &= (F - F_t - F_c) / m, \\
 2: v &= v + a \cdot t_1; \\
 3: q_1 &= v \cdot s; \\
 4: dp_1 &= E \cdot (q_1 - q_2) / ((h_0 - h) \cdot s) \cdot t_1; \\
 5: p_1 &= p_1 + dp_1 \cdot t_1; \\
 \bar{6}: t &= t + t_1; \\
 \bar{3}: q_2 &= \mu \cdot f \cdot \sqrt{2 / \rho} \cdot |p_1 - p_{sl}| \cdot \text{sign}(p_1 - p_{sl}); \\
 \bar{4}: dp_2 &= E \cdot (q_1 - q_2) / ((h_0 - h) \cdot s) \cdot t_1; \\
 \bar{5}: p_2 &= p_2 - dp_2 \cdot t_1; \\
 \bar{1}: F_c &= s \cdot p_2; \\
 \bar{2}: h &= h + v \cdot t_1,
 \end{aligned} \tag{1}$$

де t_1 – час сприйняття збуджуючого впливу робочою рідиною гідравлічного демпфера; h_0 – відстань від лівої стінки поршня до правої стінки циліндра, що відповідає початковому стану; h – поточне положення поршня; c – швидкість розповсюдження хвилі деформації в рідині; a – прискорення руху поршня; q_1 – витрата рідини, яка виникає в наслідок руху поршня; dp_1 – збільшення тиску; v – швидкість руху поршня; s – площа поршня; q_2 – витрата рідини, яка потрапляє до баку через дросель; dp_2 – зменшення тиску; p_1 – тиск в камері після зміщення поршня; E – модуль пружності рідини; p_2 – тиск в камері після скидання частини витрати через дросель; F_c – сила спротиву; μ – коефіцієнт витрати дроселя; f – площа щілини дроселю; ρ – густина рідини; p_{sl} – тиск у зливній магістралі; t – поточний час процесу.

Імітація функціонування демпфера відбувається у вигляді нескінченного циклу відповідно до графу (рис. 4) та математичного опису (1) у формі програмного коду в операційному середовищі комп'ютера.

Верифікацію моделі виконано шляхом постановки серії тестових експериментів.

Було задано наступні конструктивні та експлуатаційні початкові параметри. Діаметр поршня демпфера 0,06 м, маса поршня 20 кг, діаметр дроселя 0,0008 м, коефіцієнт витрати дроселя 0,6, початкове положення поршня 0,3 м, тиск на зливні 0,0 Па, модуль пружності робочої рідин 1,74e9 Па, швидкість розповсюдження хвилі пружної деформації в рідині 1200 м/с, значення сили збурення 15 Н.

В першому експерименті сила збурення змінювалась за ступінчастим законом і починала діяти на поршень демпфера через 0,005 с після початку процесу спостереження. Спостерігались процес переміщення поршня та зміни тиску в камері. Отриманий результат (рис. 6, а) показав, що до початку збурення процеси в демпфері відсутні, тобто динамічна модель імітує стаціонарний процес. Після дії збурення тиск в камері різко зростає і виникають його високочастотні коливання, які поступово загасають і тиск стабілізується. При цьому, на початку процесу відбуваються незначні пульсуючі рухи

поршня, які поступово згасають і переміщення поршня стає рівномірним. Ступінчатий характер функції переміщення поршня відповідає тактам циклічного розрахунку процесу. Характер процесів на якісному рівні свідчить про коректну роботу моделі.

В другому експерименті, враховуючи, що такт циклу в математичній моделі визначається на основі часу проходження хвилі деформації, було перевірено вплив величини такту на характер процесу. Для цього було проведено експеримент в якому примусово задано такт циклу в 25 разів менший ніж розрахована величина «природного» такту. Результат (рис. 6, б) показав, що при цьому зменшилась амплітуда коливань тиску і переміщення, однак час стабілізації тиску і функція переміщення практично не змінилися. Зменшення амплітуд коливань може бути пояснено зменшенням терміну змін величин на кожному такті процесу. Однак це не означає, що таке уповільнення є більш близьким до реальних процесів. Реальні процеси є узгодженими з часом проходження хвилі деформації, який відповідає вибраним параметрам демпфера. Тому залежності (рис. 6, а), на наш погляд, є більш реалістичними та наближеними до прототипу.

Аналогічні експерименти було проведено для різних значень приведеної рухомої маси. Маса становила $m = 20$ кг, термін такту розрахований в експерименті (рис. 7, а) становив $0,00025$ с, а

примусовий термін в експерименті (рис. 7, б) – $0,00001$ с. Результати показують, що зі збільшенням маси поршня процес зміни тиску в камері уповільнюється, що відповідає фізичним законам. При цьому зменшення терміну такту в 25 разів не змінило кількість переколювань тиску відносно його усталеного значення, майже не змінило їх амплітуду, але призвело до незначного скорочення часу стабілізації процесів.

Перевірка стійкості математичної моделі до збурень склала зміст наступних тестувань. Модельний експеримент був поставлений наступним чином. Дросель на виході демпфера було закрито, на поршень діяла сила збурення, яка змінювалась за ступінчатим законом. Результат (рис. 8, а) показав незатухаючий автоколивальний процес. Якщо прийняти до уваги, що в математичній моделі не враховані сили тертя, то було припущено, що результат відповідає ідеальному процесу без втрат енергії. Для перевірки припущення було проведено експеримент, в якому в моделі було додано силу в'язкого тертя між поршнем та гільзою демпфера. Результат (рис. 8, б) показав, що процес став затухаючим і, по його завершенню, поршень змістився на величину, що компенсує силу збурення за рахунок пружної деформації рідини. Цей експеримент також продемонстрував відповідність роботи моделі фізичним законам.

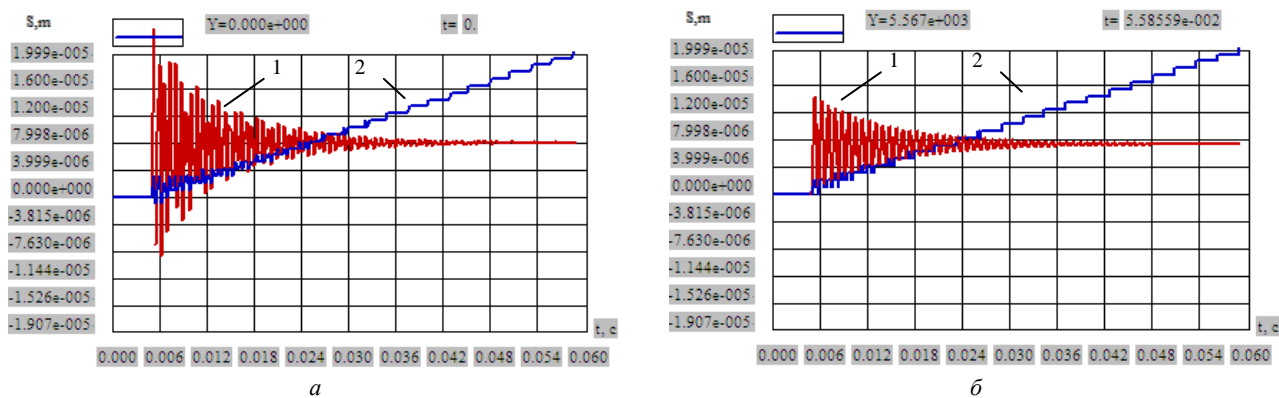


Рис. 6. Результати моделювання процесів в гідравлічному демпфері під дією ступінчатої зміни сили збурення:
 а – час такту моделювання природній; б – час такту зменшений у 25 разів;
 1 та 2 – графіки зміни тиску і переміщення поршня відповідно

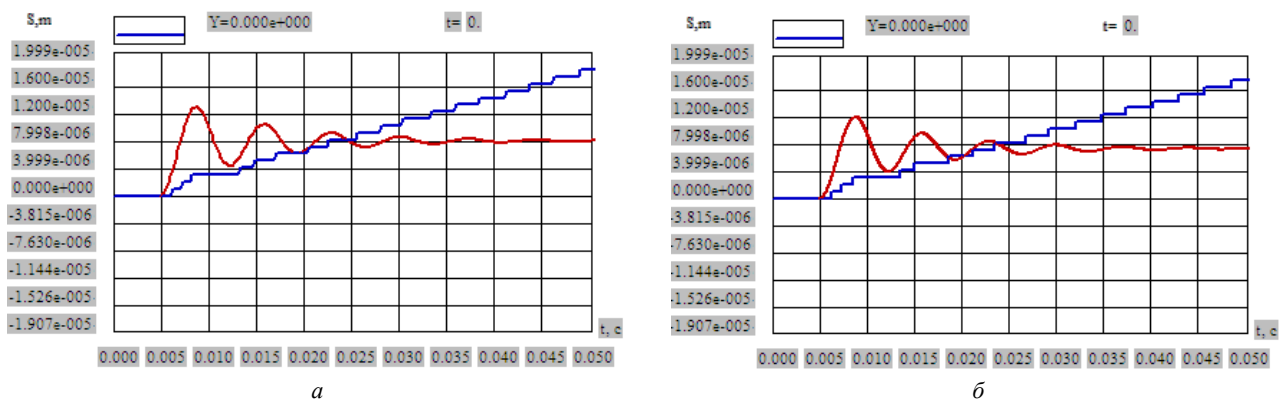


Рис. 7. Результати моделювання процесів в гідравлічному демпфері під дією ступінчатої зміни сили збурення при масі поршня 20 кг:
 а – час такту моделювання природній; б – час такту зменшений у 25 разів;
 1 та 2 – графіки зміни тиску і переміщення поршня відповідно

Тестова перевірка експлуатаційних властивостей була спрямована на роботу демпфера в режимі керування площею дроселя. В експерименті було враховано залежність між переміщенням поршня і площею поперечного перетину дроселя. Величина площі прохідного отвору дроселя задана лінійною залежністю від величини переміщення поршня. Результат моделювання (рис. 9, а) показав, що після дії сили збурення поршень плавно гальмувався і зупинився не доходячи до кінцевого положення. При більшому значенні коефіцієнту лінійної залежності площі дроселя від переміщення зупинка поршня відбулася значно раніше, а зміни тиску в камері, за умов не врахованих сил тертя, мали автоколивальний режим (рис. 9, б).

Серія тестових експериментів підтвердила на якісному рівні коректну роботу математичної моделі з структурною імітацією принципу дії об'єкту моделювання. Таким чином, імітація впорядкованості елементарних процесів та перетворень при функціонуванні об'єкту в структурі моделі, разом з виконанням критеріїв продуктивності, замкненості і достатності, можуть бути використані для пришвидшення розробки математичних моделей об'єктів з гідравлічними компонентами.

Важливо відмітити, що для отримання більшої відповідності моделі реальним характеристикам об'єкту моделювання, процес функціонування гідравлічного демпфера необхідно піддати подальшій деталізації. Це може бути, наприклад, врахування інерційної складової при русі рідини, тертя між поршнем і циліндром, нелінійність залежності гідравлічного опору від площі вікна, зміна температури рідини при дроселюванні та ін. Згідно запропонованого підходу при розробці моделі необхідно забезпечувати виконання критеріїв продуктивності, замкненості і достатності та рекомендації щодо обов'язкового існування в процесі функціонування взаємно зворотних елементарних процесів. Це складає необхідні умови для побудови коректної структури.

Адекватність моделі до прототипу на структурному рівні забезпечує її збалансовану роботу при імітації процесу функціонування, а визначення фізичного терміну такту відповідно до параметрів об'єкту виконує функцію, аналогічну до чисельних методів в традиційних моделях.

Одним із тестів щодо виконання критеріїв є моделювання стаціонарного стану об'єкту за допомогою динамічної моделі.

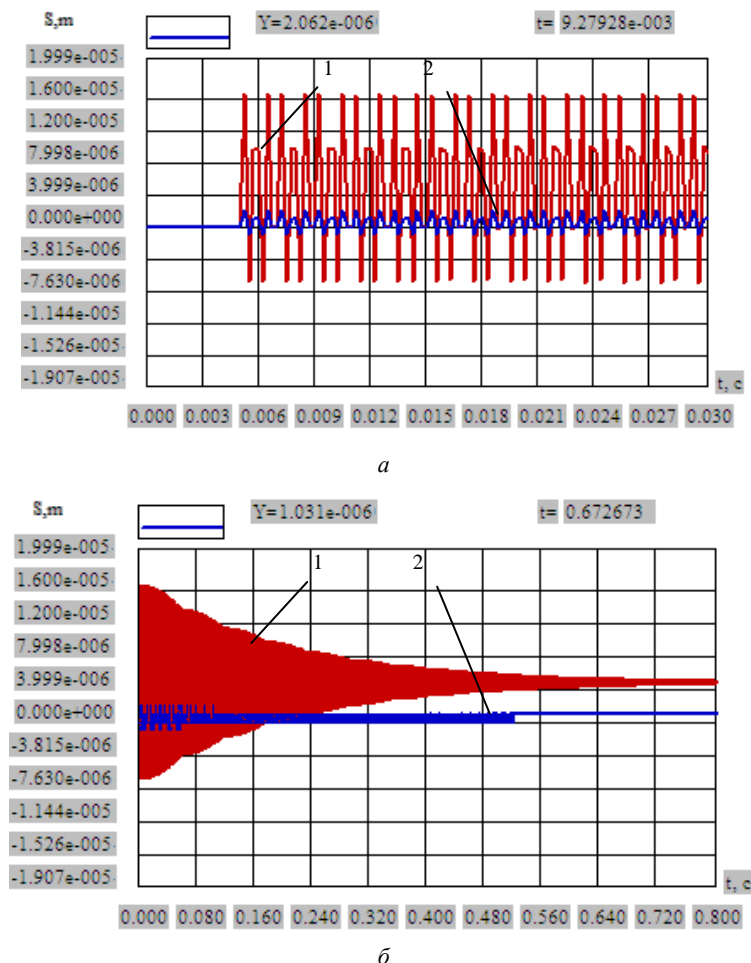
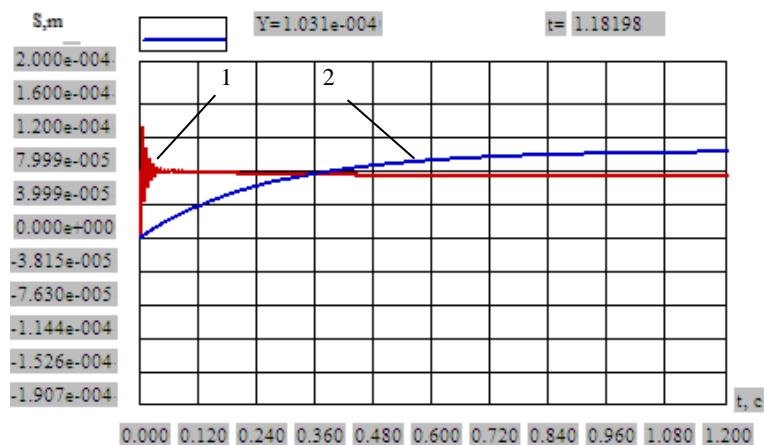
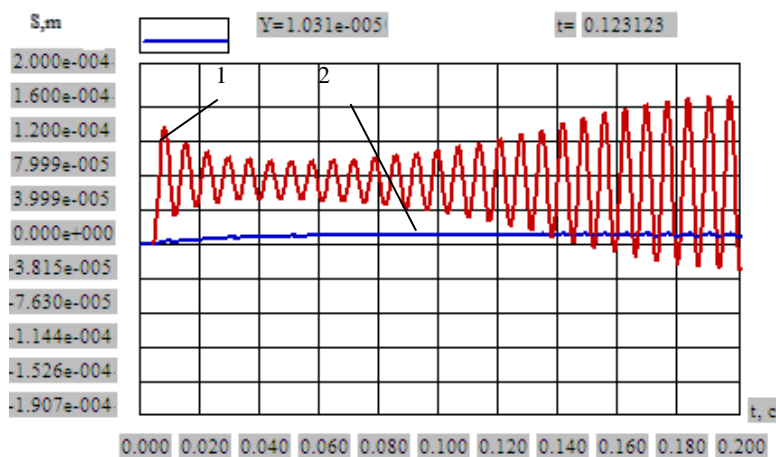


Рис. 8. Результати моделювання процесів в гідравлічному демпфері під дією ступінчатої зміни сили збурення при закритому дроселі:

а – без врахування сил тертя; б – з врахуванням сил в'язкого тертя;
1 та 2 – графіки зміни тиску і переміщення поршня відповідно



a



б

Рис. 9. Результати моделювання процесів в гідравлічному демпфері під дією ступінчастої зміни сили збурення при змінній площі дроселя та відсутності сил тертя:

a – коефіцієнт зміни площі дроселя дорівнює $-5,024e-3$; б – коефіцієнт зміни площі дроселя дорівнює $-5,024e-2$;
1 та 2 – графіки зміни тиску і переміщення поршня відповідно

Обговорення. Розроблена методика побудови імітаційних моделей використовує структуру процесу функціонування, як це було запропоновано в роботі [14, 15], але додатково надає інструментальні засоби представлення такої структури та критерії, яким вона повинна задовольняти.

Розвинуто ідею покрокового перетворення вхідного сигналу (впливу) у вихідний (продуктивність) [14–17] шляхом деталізації процесу функціонування, наслідком чого є парність дій-функцій в ланцюгу перетворень циклічного процесу функціонування. В запропонованій методиці також використано ідею формування функціонального словника, що знайшло втілення і розвиток в термінах елементарних процесів в гідравлічних пристроях. Завдяки використанню критеріїв при побудові структури процесу функціонування етап верифікації і валідації моделі [3] стає можливим виконувати покроково, що дозволяє зменшити кількість ітерацій та скоротити терміни побудови працездатних моделей. Наведені переваги створюють позитивний ефект при побудові математичних моделей компонентів гідравлічних пристроїв і систем в цілому.

Список літератури

1. *Principles of Mathematical Modeling*. URL: https://application.wiley-vch.de/books/sample/3527407588_c01.pdf (дата звернення: 07.04.2021).
2. *Mathematical Modelling. A guidebook for teachers and teams*. URL: <https://www.immchallenge.org.au/files/IM2C-Teacher-and-student-guide-to-mathematical-modelling.pdf> (дата звернення: 01.04.2021).
3. Muthuri Catherine. *Mathematical Models*. 2009. P. 231–241. URL: https://www.researchgate.net/publication/264219739_Mathematical_Models (дата звернення: 07.04.2021). doi: 10.13140/2.1.2005.0569
4. Murthy D. N., Rodin E. Y. A comparative evaluation of books on mathematical modelling. *Mathematical Modelling*. 1987. Vol. 9, iss. 1. P. 17–28. doi: 10.1016/0270-0255(87)90070-4
5. Dindorf R., Wos P. Force and position control of the integrated electro-hydraulic servo-drive. *20th International Carpathian Control Conference (26–29 May 2019, Krakow-Wieliczka)*. IEEE, 2019. P. 1–6. doi: 10.1109/CarpathianCC.2019.8765986
6. Orošnjak M., Jocanović M., Karanović V. Simulation and modeling of a hydraulic system in FluidSim. *17th International Scientific Conference on Industrial Systems (4–6 October 2017, Novi Sad)*. University of Novi Sad, 2017. P. 1–4.
7. Bauchau O. A., Liu H. On the Modeling of Hydraulic Components in Rotorcraft Systems. *Journal of the American Helicopter Society*. 2006. Vol. 51, no. 2. P. 175–184. doi: 10.4050/JAHS.51.175
8. Köster M. A. *Dissertation. On Modeling, Analysis and Nonlinear Control of Hydraulic Systems*. Karlsruhe Institute of Technology, 2017. 227 p.
9. Сокол Є. І., Черкашенко М. В., Дранковський В. Е. Управління і енергетичні моделі оборотних гідромашин. *Bulletin of the*

- National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units. Kharkiv: NTU "KhPI". 2019. No. 2. P. 4–11. doi: 10.20998/2411-3441.2019.2.01
10. Karnopp D. C., Margolis D. L., Rosenberg R. C. *System dynamic: a Unified Approach*. Wiley-Interscience, 1990. 528 p.
 11. Damic V., Cohodar M., Kulenovic M. Modeling and simulation of hydraulic systems by bond graphs. *Annals of DAAAM for 2012 & Proceedings of the 23rd International DAAAM Symposium*. Vol. 23, no. 1. Vienna: DAAAM International, 2012. P. 0591–0594.
 12. Nikitin O., Xuan Z. H. Review of two-line hydraulic drive research. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 779. IOP Publishing, 2020. doi: 10.1088/1757-899X/779/1/012022
 13. Medvedev V. S., Romanova T. A. Synthesis of control algorithms providing independence of multidimensional plant subsystems. *Izvestiya Akademii Nauk. Teoriyai Sistemy Upravleniya*. 1995. Vol. 1. P. 54–71.
 14. Bychkov M., Krasovsky A. Taking into Account Nonlinear Properties of Switched Reluctance Machines in Electric Drive Control Algorithms. *10th International Conference on Electrical Power Drive Systems (3–6 October 2018, Novochoerkassk)*. IEEE, 2018. doi: 10.1109/ICEPDS.2018.8571868
 15. Kleer J., Brown J. S. A Qualitative Physics Based on Confluences. *Artificial intelligence*. 1984. Vol. 24, iss. 1–3. P. 7–83. doi: 10.1016/0004-3702(84)90037-7
 16. Rodenacker W. G. *Methodisches Konstruieren*. Berlin: Springer, 1971. 233 p. doi: 10.1007/978-3-662-22159-4
 17. Umeda Y., Takeda H., Tomiyama T., Yoshikawa H. Function, Behavior, and Structure. *Applications of artificial intelligence in engineering V*. 1990. Vol. 1. P. 177–193.
 18. Pahl G., Beitz W. *Engineering Design: A Systematic Approach*. Berlin: Springer, 1996.
 19. Pahl G., Beitz W., Feldhusen J., Grote K. *Engineering Design: A Systematic Approach*. Berlin: Springer, 2007. 617 p.
 20. Stone R. B., Wood K. Development of a Functional Basis for Design. *ASME Journal of Mechanical Design*. 2000. Vol. 122. P. 359–370.
 21. Ulrich K., Eppinger S. D. *Product Design and Development*. McGraw-Hill Higher Education, 2008.
 22. Eisenbart B., Gericke K., Blessing L. An Analysis of Functional Modeling Approaches Across Disciplines. *AI EDAM*. 2013. Vol. 27, iss. 3. P. 281–289. doi: 10.1017/S0890060413000280
 23. Hirtz J., Stone R. B., McAdams D. A., Szykman S., Wood K. L. A Functional Basis for Engineering Design: Reconciling and Evolving Previous Efforts. *Research in Engineering Design*. 2002. Vol. 13, no. 2. P. 65–82. doi: 10.1007/s00163-001-0008-3
 24. Абрамов Ю. А., Губарев А. П., Узунов А. В., Деревянко А. А., Карлаш С. П. *Управление в технических системах с газовыми и жидкими компонентами*. Киев: ИСМО, 1997. 288 с.
- References (transliterated)**
1. *Principles of Mathematical Modeling*. Available at: https://application.wiley-vch.de/books/sample/3527407588_c01.pdf (accessed: 07.04.2021).
 2. *Mathematical Modelling. A guidebook for teachers and teams*. Available at: <https://www.immchallenge.org.au/files/IM2C-Teacher-and-student-guide-to-mathematical-modelling.pdf> (accessed: 01.04.2021).
 3. Catherine Muthuri. *Mathematical Models*. 2009. P. 231–241. Available at: https://www.researchgate.net/publication/264219739_Mathematical_Models (accessed: 07.04.2021). doi: 10.13140/2.1.2005.0569
 4. Murthy D. N., Rodin E. Y. A comparative evaluation of books on mathematical modelling. *Mathematical Modelling*. 1987, vol. 9, iss. 1, pp. 17–28. doi: 10.1016/0270-0255(87)90070-4
 5. Dindorf R., Wos P. Force and position control of the integrated electro-hydraulic servo-drive. *20th International Carpathian Control Conference (26–29 May 2019, Krakow-Wieliczka)*. IEEE Publ., 2019, pp. 1–6. doi: 10.1109/CarpathianCC.2019.8765986
 6. Orošnjak M., Jocanović M., Karanović V. Simulation and modeling of a hydraulic system in FluidSim. *17th International Scientific Conference on Industrial Systems (4–6 October 2017, Novi Sad)*. University of Novi Sad Publ., 2017, pp. 1–4.
 7. Bauchau O. A., Liu H. On the Modeling of Hydraulic Components in Rotorcraft Systems. *Journal of the American Helicopter Society*. 2006, vol. 51, no. 2, pp. 175–184. doi: 10.4050/JAHS.51.175
 8. Köster M. A. *Dissertation. On Modeling, Analysis and Nonlinear Control of Hydraulic Systems*. Karlsruhe Institute of Technology Publ., 2017. 227 p.
 9. Sokol Ye. I., Cherkashenko M. V., Drankovs'kyy V. E. Upravlinnya i enerhetychni modeli oborotnykh hidromashyn [Control and Energy Models of Reversible Hydraulic Machines]. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv: NTU "KhPI" Publ., 2019, no. 2, pp. 4–11. doi: 10.20998/2411-3441.2019.2.01
 10. Karnopp D. C., Margolis D. L., Rosenberg R. C. *System dynamic: a Unified Approach*. Wiley-Interscience Publ., 1990. 528 p.
 11. Damic V., Cohodar M., Kulenovic M. Modeling and simulation of hydraulic systems by bond graphs. *Annals of DAAAM for 2012 & Proceedings of the 23rd International DAAAM Symposium*. Vol. 23, no. 1. Vienna: DAAAM International Publ., 2012, pp. 0591–0594.
 12. Nikitin O., Xuan Z. H. Review of two-line hydraulic drive research. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 779. IOP Publ., 2020. doi: 10.1088/1757-899X/779/1/012022
 13. Medvedev V. S., Romanova T. A. Synthesis of control algorithms providing independence of multidimensional plant subsystems. *Izvestiya Akademii Nauk. Teoriyai Sistemy Upravleniya*. 1995, vol. 1, pp. 54–71.
 14. Bychkov M., Krasovsky A. Taking into Account Nonlinear Properties of Switched Reluctance Machines in Electric Drive Control Algorithms. *10th International Conference on Electrical Power Drive Systems (3–6 October 2018, Novochoerkassk)*. IEEE Publ., 2018. doi: 10.1109/ICEPDS.2018.8571868
 15. Kleer J., Brown J. S. A Qualitative Physics Based on Confluences. *Artificial intelligence*. 1984, vol. 24, iss. 1–3, pp. 7–83. doi: 10.1016/0004-3702(84)90037-7
 16. Rodenacker W. G. *Methodisches Konstruieren*. Berlin, Springer Publ., 1971. 233 p. doi: 10.1007/978-3-662-22159-4
 17. Umeda Y., Takeda H., Tomiyama T., Yoshikawa H. Function, Behavior, and Structure. *Applications of artificial intelligence in engineering V*. 1990, vol. 1, pp. 177–193.
 18. Pahl G., Beitz W. *Engineering Design: A Systematic Approach*. Berlin, Springer Publ., 1996.
 19. Pahl G., Beitz W., Feldhusen J., Grote K. *Engineering Design: A Systematic Approach*. Berlin, Springer Publ., 2007. 617 p.
 20. Stone R. B., Wood K. Development of a Functional Basis for Design. *ASME Journal of Mechanical Design*. 2000, vol. 122, pp. 359–370.
 21. Ulrich K., Eppinger S. D. *Product Design and Development*. McGraw-Hill Higher Education Publ., 2008.
 22. Eisenbart B., Gericke K., Blessing L. An Analysis of Functional Modeling Approaches Across Disciplines. *AI EDAM*. 2013, vol. 27, iss. 3, pp. 281–289. doi: 10.1017/S0890060413000280
 23. Hirtz J., Stone R. B., McAdams D. A., Szykman S., Wood K. L. A Functional Basis for Engineering Design: Reconciling and Evolving Previous Efforts. *Research in Engineering Design*. 2002, vol. 13, no. 2, pp. 65–82. doi: 10.1007/s00163-001-0008-3
 24. Abramov Yu. A., Gubarev A. P., Uzunov A. V., Derevyanko A. A., Karlash S. P. *Upravlenie v tekhnicheskikh sistemakh s gazovymi i zhidkimi komponentami* [Control in technical systems with gas and liquid components]. Kiev, ISMO Publ, 1997. 288 p.

Надійшла (received) 09.04.2021

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Узунів Олександр Васильович (Узунів Олександр Васильевич, Uzunov Oleksandr) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського», професор кафедри «Прикладна гідроаеромеханіка і механотроніка»; м. Київ, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0002-1672>; e-mail: uzua@i.ua

Губарев Олександр Павлович (Губарев Олександр Павлович, Gubarev Oleksandr) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського», професор кафедри «Прикладна гідроаеромеханіка і механотроніка»; м. Київ, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0924-4103>; e-mail: gubarev@i.ua