

A. H. МАМЕДОВ, С. В. СТАСЬ, Є. В. ЛАВРУХІН

ОСОБЛИВОСТІ ПЛІВКОВОЇ ТЕЧІЇ РІДИНИ ПО ВЕРТИКАЛЬНІЙ ПОВЕРХНІ У ПОПЕРЕЧНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Однією з актуальних проблем магнітної гідродинаміки є проблема течії електропровідних рідин у тонких шарах рідин за наявності поперечного магнітного поля. На жаль, й досі дослідження даних проблем магнітної гідродинаміки слід вважати суттєво недостатніми. Вплив поперечного магнітного поля може позначатися на низку чинників: зміна в'язкості потоку з допомогою впливу магнітного поля на фізико-хімічні властивості середовища; прояв ефекту гальмування потоку, який може суттєво позначатися в гідродинамічних рідинних плівках у процесах тепломасообміну. У роботі зроблено спробу розглянути вплив постійного магнітного поля на формування тонкого шару рідини на вертикальній поверхні під дією пондеромоторних сил. Як відомо, пондеромоторні сили в даному випадку можуть призвести до цілого ряду ефектів, пов'язаних зі зміною в'язкості та гальмуванням потоку. Більшою мірою це може виявлятися в тонких рідинних шарах залежно від співвідношення гравітаційних сил, сил інерції та сил, що мають магнітну природу. Аналіз впливу даного явища у випадку тонких рідинних шарів, як показано в роботі, істотно впливає на довжину гідродинамічної початкової ділянки, товщину рідинного шару і гасіння хвильового руху в зоні стабілізованої течії. Рекомендації щодо розрахунку даних характеристик представлені в цій статті, в якій велика увага приділяється визначенню розподілу швидкостей рідинного шару залежно від співвідношення між силами інерції та силами, що мають магнітну природу. Також було отримано вираз визначення розподілу швидкостей рідинного шару у зоні стабілізованої плівкової течії в поперечному магнітному полі. Таким чином, зіставляючи вираз визначення розподілу швидкостей рідинного шару в плівці без впливу магнітного поля з виразом за наявності магнітного поля, можна оцінити вплив пондеромоторних сил протягом рідинної плівки.

Ключові слова: електропровідна рідина, плівкова течія, гідродинамічна початкова ділянка, пондеромоторні сили, магнітне поле, гальмування потоку, сили інерції, товщина шару рідини.

A. MAMEDOV, S. STAS, E. LAVRUKHIN

FEATURES OF THE FILM FLOW OF A LIQUID OVER A VERTICAL SURFACE IN A TRANSVERSE MAGNETIC FIELD

One of the actual problems of magnetohydrodynamics is the problem of the flow of electrically conductive liquids in thin liquid layers in the presence of a transverse magnetic field. Unfortunately, studies of these problems have not been sufficient so far. The influence of a transverse magnetic field can affect a number of factors: the change in the viscosity of the flow due to the magnetic field on the physico-chemical characteristics of the medium; manifestation of the effect of flow deceleration, which can have a significant effect on the hydrodynamic characteristics of the film flow in the processes of heat and mass transfer. In this regard, in this work was made an attempt to consider the influence of a constant magnetic field on the formation of a thin liquid layer on a vertical surface under the action of ponderomotive forces. As known, ponderomotive forces in the case under consideration can lead to a number of effects associated with a change in viscosity and flow deceleration. To a greater extent, this can manifest itself in thin liquid layers, depending on the ratio of gravitational forces, inertia forces and forces of a magnetic nature. An analysis of the influence of this phenomenon in the considered case of thin liquid layers, as shown in the work, significantly affects the length of the hydrodynamic initial section, the thickness of the liquid layer, and the damping of wave motion in the zone of stabilized flow. Recommendations for calculating these characteristics are presented in this article, in which much attention is paid to the definition of the liquid layer, depending on the ratio between the forces of inertia and the forces of a magnetic nature. An expression was also obtained for determining the distribution of velocities in the zone of a stabilized film flow in a transverse magnetic field. Thus, by comparing the expression for determining the distribution of velocities in a film without the influence of a magnetic field with the expression in the presence of a magnetic field, one can estimate the effect of ponderomotive forces on the flow of a liquid film.

Keywords: electrically conductive liquid, film flow, hydrodynamic initial section, ponderomotive forces, magnetic field, flow deceleration, inertia forces, liquid layer thickness.

Вступ та аналіз основних досліджень. Дослідження течії в'язких та аномально-в'язких рідин у магнітному полі є однією з актуальних проблем магнітної гідромеханіки. Розв'язанню завдань, пов'язаних із подібним видом течій у різних каналах, присвячені роботи «класиків» Гартмана й Шеркліфа [1–6]. Дещо пізніше отримано розв'язок задачі про стаціонарну одновимірну течію нестисливої в'язкої електропровідної рідини через круглу трубу за наявності поперечного однорідного магнітного поля [7]. При цьому вважалось, що на непровідній стінці швидкість не ковзає. Розв'язок можна вважати досить точним і справедливим для усіх значень числа Гартмана. Була досягнута відповідність поточних теоретичних результатів відповідно до експериментальних значень, отриманих Гартманом і Лазарусом [1] у діапазоні низьких і середніх чисел Гартмана. Нині суттєва увага приділяється найрізноманітнішим питанням течій у гідродинаміці. Наприклад, при посиленні магнітовихревих хвиль у

плоских магнітно-гідродинамічних потоках у поперечному магнітному полі лінеаризовані рівняння магнітно-гідродинаміки досліджуються за допомогою методів наближення, коли виводиться система звичайних диференціальних рівнянь вздовж ліній плину основної течії [8]. Ці рівняння керують варіаціями як поперечних, так і паралельних магнітовихревих хвиль. Амплітудні рівняння розв'язуються явно для конкретної геометрії основного течії.

Плоска течія в магнітогідродинаміці Брагінського, може бути представлена аналітичним дослідженням стаціонарної плоскої течії поперек накладеного однорідного магнітного поля, що рухається однорідним градієнтом тиску вздовж прямого каналу [9]. Загальний баланс кількості руху не може бути забезпечений лише паралельним в'язким напруженням, тому враховувалося в'язке напруження, перпендикулярне силовим лініям магнітного поля [9].

Важливим є аналіз впливу пондеромоторних сил

© А. Н. Мамедов, С. В. Стась, Є. В. Лаврухін, 2023

на кінематичні та динамічні характеристики потоку електропровідної рідини як за наявності сил інерції від конвективного прискорення [10–12], так і стабілізованої течії, відомої як течія Гартмана. Разом із тим, окрім класичних завдань руху у трубах і каналах, промисловість потребує розв'язання специфічних завдань, пов'язаних із визначенням величини впливу магнітного поля при управлінні струминними потоками за допомогою електромагнітних сил. Розв'язання подібних завдань потребує встановлення ефекту взаємодії магнітного поля на потік електропровідної рідини. До таких ефектів слід відносити ефекти, пов'язані з гальмуванням електропровідної рідини під дією магнітного поля [13], пристінні ефекти та ті, що пов'язані з впливом магнітного поля на зміну реологічних особливостей електропровідної рідини (поява в'язко-пластичності) [14].

Для електропровідних рідинних середовищ Нікулін І. Н. зі співавторами [15–16] зазначає, що магніто-гідродинамічна взаємодія може породжувати конвективний рух у рідині, впливати на структуру та стійкість такого руху. Для випадків, коли число Прандтля майже нульове $Pr \rightarrow 0$, поперечне магнітне поле (складова) на відміну від горизонтального суттєво впливає на стабілізацію потоку.

Основна частина. Плин в'язкої електромагнітної рідини вздовж вертикальної поверхні у магнітному полі. У цій роботі розглянуто гравітаційний плин в'язкої рідини вздовж вертикальних гладких поверхонь (рис. 1). Терміни, плин, течія і потік рівнозначні.

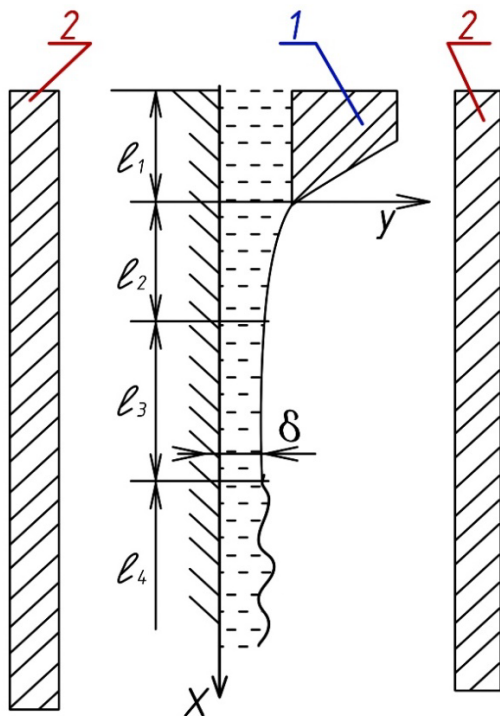


Рис. 1. Течія в'язкої електромагнітної рідини вздовж вертикальної поверхні у магнітному полі:
 1 – насадка; 2 – постійні магніти; l_1 – зона розподільчого пристрою; l_2 – зона гідродинамічної початкової ділянки; l_3 – зона стабілізованої течії; l_4 – зона хвильової течії

Особливістю такого плину є те, що рідина, яка витікає з насадки 1, потрапляє на вертикальну поверхню і під дією сили тяжіння рухається вздовж цієї поверхні. Такий рух можна подати у вигляді трьох зон – зони гідродинамічної початкової ділянки l_2 , де спостерігається деформація епюри швидкостей по товщині плівки та зміна товщини δ ; зони стабілізованої течії l_3 де передбачається, що товщина плівки не змінюється по довжині l_3 ; зони l_4 , де завдяки пришвидшеному плину спостерігається хвильовий рух. Приклад детального опису такого явища наводиться у роботі Левіча [17].

Слід вказати, що стабілізований плин плівки спостерігається при числах $Re = 20-30$, а хвильовий – при $Re > 30-50$. У загальному вигляді рівняння руху має вигляд [17]:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + f, \quad (1)$$

де f – об'ємна сила, віднесена до одиниці густини і спрямована вздовж осі X .

Для випадку одновимірної стабілізованої течії рівняння (1) суттєво спрощується, і для випадку плівкової стабілізованої течії по циліндричній трубці епюра швидкостей товщини рідинного шару може бути описана рівнянням (2) [18].

$$u_x = \frac{g}{4\nu} (R^2 - r^2) + \frac{g}{2\nu} (R + \delta)^2 \cdot \ln \frac{r}{R}, \quad (2)$$

де r – радіальна координата; R – кривизна поверхні.

Для плоскої задачі, коли рух плівки обумовлено дією сили тяжіння, рівняння руху має вигляд

$$\nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + g = 0. \quad (3)$$

На підставі цих даних деякі автори запропонували залежність визначення товщини плівки. В основному такі залежності характеризують товщину плівки, як функцію числа Рейнольдса. Так, наприклад, за даними Капиці, Нуссельта, Воронцова, товщину плівки пропонується розраховувати наступними формулами відповідно:

$$\delta = 0,93 \left(\frac{3\nu^2}{4g} \right)^{1/3} \cdot Re^{1/3}, \quad (4)$$

$$\delta = \left(\frac{3\nu^2}{4g} \right)^{1/3} \cdot Re^{1/3}, \quad (5)$$

$$\delta = 0,145 \left(\frac{3\nu^2}{4g} \right)^{1/3} \cdot Re^{0,6}. \quad (6)$$

На підставі наведених даних про особливості плівкової течії при наявності поперечного магнітного поля розглянемо вплив пондеромоторних сил на досліджуваний плівковий потік, як показано на рис. 1. Як відомо, для одномірної стабілізованої течії пондеромоторні сили можуть бути визначені залежністю:

$$\vec{F}_m = [\vec{j} \times \vec{B}] + \frac{\mu^* - \mu_0^*}{2\mu^*} \nabla B^2, \quad (7)$$

де \vec{j} – густина струму; \vec{B} – індукція магнітного поля; μ^* – магнітна проникність, $\mu^* = 1,25 \cdot 10^{-6}$ Гс/м.

Величина, що характеризує поперечне магнітне поле, може бути визначена:

$$\frac{\sigma \vec{E} \vec{B}}{\mu^*}, \quad (8)$$

де \vec{E} – напруженість електромагнітного поля.

Для одномірної плівкової течії рівняння руху набуває такого вигляду:

$$v \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + g - \frac{\sigma EB}{\mu^*} = 0. \quad (9)$$

Таким чином, використовуючи рівняння (9) при відповідних граничних умовах, можна отримати уявлення про вплив поперечного магнітного поля на потік рідини, що гравітаційно стікає по вертикальній поверхні. Так, наприклад, припускаючи, що при досить великій довжині насадки, на його виході течія є стабілізованою і може бути описана рівнянням (10):

$$\frac{d^2 u_x}{dy^2} - \frac{\sigma B^2}{\mu^*} u_x = \frac{\sigma EB}{\mu^*} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx}. \quad (10)$$

Можна одержати закон розподілу швидкостей на виході з насадки. Рішення даного рівняння може бути представлено наступним чином: дане рівняння записано у припущенні, що сили інерції від конвективного прискорення порівняно з поверхневими силами, що виникають у полі магнітного поля, невеликі. Передбачається, що локальна швидкість є координатою тільки поперечної координати Y . Це рівняння є диференціальним рівнянням другого роду. Його рішення слід шукати у вигляді суми двох функцій $u(y) = u_0(y) + u_1(y)$, де $u_0(y), u_1(y)$ – частинні розв'язки неоднорідного диференціального рівняння. З метою визначення функції $u_0(y)$ запишемо характеристичне рівняння:

$$\frac{d^2 u_x}{dy^2} + 0 \cdot \frac{du_x}{dy} - \frac{\sigma B^2}{\mu^*} u_x = 0. \quad (11)$$

У цьому випадку виконується умова:

$$\lambda^2 + 0 \cdot \lambda - \frac{\sigma B^2}{\mu^*} = 0, \begin{cases} \lambda = -B \sqrt{\frac{\sigma}{\mu^*}} \\ \lambda = B \sqrt{\frac{\sigma}{\mu^*}} \end{cases}. \quad (12)$$

Як відомо [19], рішенням цього рівняння може бути залежність:

$$u_0(y) = c_1 \cdot e^{-\lambda y} + c_2 \cdot e^{\lambda y} = c_1 \cdot \exp \left\{ -B \sqrt{\frac{\sigma}{\mu^*}} y \right\} + c_2 \cdot \exp \left\{ B \sqrt{\frac{\sigma}{\mu^*}} y \right\}. \quad (13)$$

Частинний розв'язок рівняння (10), тобто визначення функції $u_1(y)$ можна отримати із залежності:

$$0 \cdot y + \frac{\sigma EB}{\mu^*} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} = \frac{d^2 u_x}{dy^2} - \frac{\sigma B^2}{\mu^*} u_x. \quad (14)$$

Рішення в даному випадку можна шукати у вигляді функції

$$u_1(y) = 0 \cdot y + A, u_1' = 0, u_1'' = 0. \quad (15)$$

Після підстановки (15) у (14) отримаємо вираз відносно A :

$$0 - \frac{\sigma B^2}{\mu^*} A = \frac{\sigma EB}{\mu^*} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx}, \quad (16)$$

яке набуває такого вигляду

$$A = -\frac{E}{B} - \frac{1}{\sigma B^2} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (17)$$

і, по суті, враховує вплив поперечного магнітного поля на потік. Таким чином, на підставі наведених співвідношень складова швидкості $u_1(y)$ може бути представлена у вигляді функції електромагнітних параметрів та перепаду тиску:

$$u_1(y) = -\frac{E}{B} - \frac{1}{\sigma B^2} \cdot \frac{dp}{dx}. \quad (18)$$

Використовуючи вирази $u_0(y)$ та $u_1(y)$ можна отримати загальну залежність для швидкості u , яка набуває вигляду:

$$u(y) = c_1 \cdot \exp \left\{ -B \sqrt{\frac{\sigma}{\mu^*}} y \right\} + c_2 \cdot \exp \left\{ B \sqrt{\frac{\sigma}{\mu^*}} y \right\} - \frac{E}{B} - \frac{1}{\sigma B^2} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (19)$$

або

$$u(y) = c_1 \cdot \exp \left\{ -Ha \frac{y}{L} \right\} + c_2 \cdot \exp \left\{ Ha \frac{y}{L} \right\} - \frac{\sigma EB + \frac{dp}{dx}}{\sigma B^2}, \quad (20)$$

де c_1 та c_2 – постійні інтегрування, що визначаються з граничних умов.

В якості граничних умов приймаються умови прилипання рідини на стінках каналу та умови значення максимальної швидкості на осі, тобто ці умови можна записати:

$$- \text{умови на стінці: } y = \frac{H}{2}, u(y) = 0; \quad (21)$$

$$- \text{умови на осі: } y = 0, u(y) = u_{max}. \quad (22)$$

Підстановка умов (21) та (22) у рівняння (20) дозволяють одержати два алгебраїчних вирази щодо величин c_1 та c_2 , а саме:

$$0 = c_1 \cdot \exp \left\{ -Ha \frac{H}{2L} \right\} + c_2 \cdot \exp \left\{ Ha \frac{H}{2L} \right\} - \frac{\sigma EB + \frac{dp}{dx}}{\sigma B^2}, \quad (23)$$

$$u_{max} = c_1 + c_2 - \frac{\sigma EB + \frac{dp}{dx}}{\sigma B^2}. \quad (24)$$

Константи обчислюються:

$$c_1 = -c_2 + u_{max} + \frac{\sigma EB + \frac{dp}{dx}}{\sigma B^2} = -c_2 + u_{max} + \Phi, \quad (25)$$

де

$$\Phi = \frac{\sigma EB + \frac{dp}{dx}}{\sigma B^2}. \quad (26)$$

Підставимо (25) у (23):

$$\begin{aligned} 0 &= \exp\left\{-Ha \frac{H}{2L}\right\} (-c_2 + u_{max} + \Phi)c_2 \times \\ &\quad \times \exp\left\{Ha \frac{H}{2L}\right\} - \Phi; \\ 0 &= c_2 \left(\exp\left\{Ha \frac{H}{2L}\right\} - \exp\left\{-Ha \frac{H}{2L}\right\} \right) + \\ &+ u_{max} \cdot \exp\left\{-Ha \frac{H}{2L}\right\} + \Phi \left(\exp\left\{-Ha \frac{H}{2L}\right\} - 1 \right); \\ c_2 &= \\ &= -\frac{u_{max} \cdot \exp\left\{-Ha \frac{H}{2L}\right\} + \Phi \left(\exp\left\{-Ha \frac{H}{2L}\right\} - 1 \right)}{2sh\left\{Ha \frac{H}{2L}\right\}}. \quad (27) \end{aligned}$$

Для знаходження c_1 підставимо (27) у (25):

$$c_1 = \frac{u_{max} \cdot \exp\left\{Ha \frac{H}{2L}\right\} + \Phi \left(\exp\left\{Ha \frac{H}{2L}\right\} - 1 \right)}{2sh\left\{Ha \frac{H}{2L}\right\}}. \quad (28)$$

Таким чином, використовуючи вирази (27) та (29), що визначають c_1 й c_2 після їх підстановки в (20), отримаємо остаточний вираз для розподілу швидкостей у кінці гідродинамічної початкової ділянки у потоці під дією поперечного магнітного поля:

$$\begin{aligned} u(y) &= \frac{u_{max} \cdot \exp\left\{Ha \frac{H}{2L}\right\} + \Phi \left(\exp\left\{Ha \frac{H}{2L}\right\} - 1 \right)}{2sh\left\{Ha \frac{H}{2L}\right\}} \times \\ &\quad \times \exp\left\{-Ha \frac{y}{L}\right\} - \\ &= \frac{u_{max} \cdot \exp\left\{-Ha \frac{H}{2L}\right\} + \Phi \left(\exp\left\{-Ha \frac{H}{2L}\right\} - 1 \right)}{2sh\left\{Ha \frac{H}{2L}\right\}} \times \\ &\quad \times \exp\left\{Ha \frac{y}{L}\right\} - \Phi. \quad (29) \end{aligned}$$

Перевагою даного виразу є те, що локальна швидкість потоку в кінці початкової ділянки визначається як функція максимальної швидкості на осі каналу.

Таким чином, на вході в зону гравітаційно стікаючої рідини маємо відповідну епюру швидкостей як функцію характеристик магнітного поля, що впливають на формування рідинної плівки. Припускаючи, що гідродинамічна початкова ділянка плівки l_2 має невеликі розміри, розглянемо характерні особливості плин у зоні стабілізованої течії. Для цієї ділянки може бути використане рівняння (9). На підставі розв'язання даного рівняння було отримано вираз, що характеризує вплив пондеромоторних сил на стабілізований плин плівки.

Перетворимо рівняння (9):

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} = \frac{\sigma EB}{\nu \mu^*} - \frac{g}{\nu}. \quad (30)$$

Для зручності розв'язування рівняння (30) введемо:

$$\alpha_1 = \frac{\sigma EB}{\nu \mu^*} - \frac{g}{\nu}. \quad (31)$$

Зрозуміло, рівняння (30) ніщо інше як неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку, рішення якого має вигляд:

$$u_x = \alpha_1 \frac{y^2}{2} + c_1 y + c_2, \quad (32)$$

де c_1, c_2 – константи розв'язання диференціального рівняння.

Прийmemo такі граничні умови:

$$I. \begin{cases} u_x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow^{(32)} c_2 = 0. \quad (33)$$

$$II. \begin{cases} u_x = u_0 \\ y = \delta \end{cases} \Rightarrow^{(32)} u_0 = \alpha_1 \frac{\delta^2}{2} + c_1 \delta \Rightarrow c_1 = \frac{2u_0 - \alpha_1 \delta^2}{2\delta}. \quad (34)$$

Підставимо (31), (33) й (34) у (32):

$$u_x = \left(\frac{\sigma EB}{\nu \mu^*} - \frac{g}{\nu} \right) \frac{y^2}{2} + \frac{2u_0 - \left(\frac{\sigma EB}{\nu \mu^*} - \frac{g}{\nu} \right) \delta^2}{2\delta} y. \quad (35)$$

Отриманий вираз (35) визначає розподіл швидкостей у зоні стабілізованої плівкової течії у поперечному магнітному полі.

Висновки та отримані результати. Таким чином, зіставляючи вираз (2) для визначення швидкості плівки без впливу магнітного поля з виразом (35) за наявності магнітного поля можна оцінити вплив пондеромоторних сил на плин рідинної плівки.

На жаль, визначення товщини плівки можливо здійснювати передусім експериментальним шляхом, оскільки при цьому використовуються коригувальні коефіцієнти. Попередні експерименти показали, що за наявності магнітного поля товщина плівки є функцією не тільки числа Рейнольдса, а й числа Гартмана, тобто

$$\delta = k_1 \cdot Re^n + k_2 \cdot Ha^n. \quad (36)$$

Таким чином, у першому наближенні розглянуто вплив поперечного магнітного поля із заданими характеристиками B, E, σ на характер течії рідинної плівки за умови електропровідності рідини.

Важливо, що були отримані вирази, які характеризують поле швидкостей потоку як у насадці так і на ділянці стабілізованого плівкового течії. На підставі якісного експерименту можуть бути надані пропозиції щодо розрахунку товщини плівки.

Список літератури

1. Hartmann J. Theory of the laminary flow of an electrically conductive liquid in a homogeneous magnetic field. *Det Kgl Danske Videnskabernes Selskab Math-fys Medd.* 1937. Vol. 15, no. 6. P. 1–28.
2. Hartmann J., Lazarus F. Hg-dynamics II. Experimental

- investigations on the flow of mercury in a homogeneous magnetic field. *Det Kgl Danske Videnskabernes Selskab Math-fys Medd.* 1937. Vol. 15, no. 7. P. 1–45.
3. Shercliff J. A. Steady motion of conducting fluids in pipes under transverse magnetic fields. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society.* 1953. Vol. 49, issue 1. P. 136–144. doi: 10.1017/S0305004100028139
 4. Shercliff J. A. The flow of conducting fluids in circular pipes under transverse magnetic fields. *Journal of Fluid Mechanics.* 1956. Vol. 1, issue 6. P. 644–666. doi: 10.1017/S0022112056000421
 5. Shercliff J. A. Magnetohydrodynamic pipe flow Part2. High Hartmann number. *Journal of Fluid Mechanics.* 1962. Vol. 13, issue 4. P. 513–518. doi: 10.1017/S0022112062000890
 6. Shercliff J. A. *A Textbook of Magnetohydrodynamics.* Oxford, New York: Pergamon Press, 1965. 265 p.
 7. Gold R. R. Magnetohydrodynamic pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics.* 1962. Vol. 13, issue 4. P. 505–512.
 8. Rutkevich I., Mond M. Amplification of magnetovortex waves in planar MHD flows. *Journal of Plasma Physics.* 2009. Vol. 48, issue 3. P. 359–366. doi: 10.1017/S0022377800016627
 9. Dellar P. Planar channel flow in Braginskii magnetohydrodynamics. *Journal of Fluid Mechanics.* 2011. Vol. 667. P. 520–543. doi: 10.1017/S0022112010004507
 10. Яхно О. М., Мамедов А. Н., Стась С. В. Влияние поперечного магнитного поля на дестабилизацию потока в канале. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units.* Kharkiv: NTU "KhPI". 2019. No. 1. P. 25–29. doi: 10.20998/2411-3441.2019.1.04
 11. Мамедов А. Н., Стась С. В., Лаврухин Є. В. Особливості течії вязкої рідини під дією поперечного магнітного поля. *Mechanics and Advanced Technologies.* 2020. P. 75–81. doi: 10.20535/2521-1943.2020.88.200984/
 12. Mamedov A., Stas S. Influence of surface roughness of channel on friction coefficient of electrically conducting fluids. *Journal of the Technical University of Gabrovo.* 2018. Vol. 57. P. 16–19.
 13. Seibert K. D., Burns M. A. Effect of Hydrodynamic and Magnetic Stabilization on Fluidized-Bed Adsorption. *Biotechnol Progress.* 1998. Vol. 14. P. 749–755. doi: 10.1021/bp980080z
 14. Pallabazzer R. Magnetoplastic effect in non-Newtonian fluids. *AIAA Journal.* 1966. Vol. 4, no. 11. P. 2064–2066. doi: 10.2514/3.3851
 15. Nikulin I. L., Perminov A. V., Tsaplin A. I. Mathematical model of conducting fluid convection in a nonuniform alternating magnetic field. *Magnetohydrodynamics.* 2013. Vol. 49, no. 1. P. 203–209. doi: 10.1007/s10891-016-1389-5
 16. Nikulin I. L., Perminov A. V. Mathematical modelling of frequency and force impacts on averaged metal flows in alternating magnetic field. *Int J Heat Mass Transfer.* 2019. Vol. 128. P. 1026–1032. doi: 10.1016/j.jheatmasstransfer.2018.08.130
 17. Levich V. G. *Physicochemical Hydrodynamics.* NJ: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1962. 700 p.
 18. Воронцов Е. Г., Тананайко Ю. М. *Теплообмін в рідинних плівках.* Київ: Техніка, 1977. 199 с.
 19. Vatazhin A. B., Lyubimov G. A., Regirer S. A. *Magnetohydrodynamic flows in channels.* 1970. 672 p.
- References (transliterated)**
1. Hartmann J. Theory of the laminary flow of an electrically conductive liquid in a homogeneous magnetic field. *Det Kgl Danske Videnskabernes Selskab Math-fys Medd.* 1937, vol. 15, no. 6, pp. 1–28.
 2. Hartmann J., Lazarus F. Hg-dynamics II. Experimental investigations on the flow of mercury in a homogeneous magnetic field. *Det Kgl Danske Videnskabernes Selskab Math-fys Medd.* 1937, vol. 15, no. 7, pp. 1–45.
 3. Shercliff J. A. Steady motion of conducting fluids in pipes under transverse magnetic fields. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society.* 1953, vol. 49, issue 1, pp. 136–144. doi: 10.1017/S0305004100028139
 4. Shercliff J. A. The flow of conducting fluids in circular pipes under transverse magnetic fields. *Journal of Fluid Mechanics.* 1956, vol. 1, issue 6, pp. 644–666. doi: 10.1017/S0022112056000421
 5. Shercliff J. A. Magnetohydrodynamic pipe flow Part2. High Hartmann number. *Journal of Fluid Mechanics.* 1962, vol. 13, issue 4, pp. 513–518. doi: 10.1017/S0022112062000890
 6. Shercliff J. A. *A Textbook of Magnetohydrodynamics.* Oxford, New York, Pergamon Press Publ., 1965. 265 p.
 7. Gold R. R. Magnetohydrodynamic pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics.* 1962, vol. 13, issue 4, pp. 505–512.
 8. Rutkevich I., Mond M. Amplification of magnetovortex waves in planar MHD flows. *Journal of Plasma Physics.* 2009, vol. 48, issue 3, pp. 359–366. doi: 10.1017/S0022377800016627
 9. Dellar P. Planar channel flow in Braginskii magnetohydrodynamics. *Journal of Fluid Mechanics.* 2011, vol. 667, pp. 520–543. doi: 10.1017/S0022112010004507
 10. Yakhno O. M., Mamedov A. N., Stas' S. V. Vliyanie poperechnogo magnitnogo polya na destabilizatsiyu potoka v kanale [Influence of the transverse magnetic field on the destabilization of the flow in the channel]. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units.* Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2019, no. 1, pp. 25–29. doi: 10.20998/2411-3441.2019.1.04
 11. Mamedov A. N., Stas' S. V., Lavrukhin Ye. V. Osoblyvosti techiyi v'язkoyi ridyny pid diyeyu poperechnoho mahnitnoho polya [Specific of a viscous fluid flow under the action of a transverse magnetic field]. *Mechanics and Advanced Technologies.* 2020, pp. 75–81. doi: 10.20535/2521-1943.2020.88.200984/
 12. Mamedov A., Stas S. Influence of surface roughness of channel on friction coefficient of electrically conducting fluids. *Journal of the Technical University of Gabrovo.* 2018, vol. 57, pp. 16–19.
 13. Seibert K. D., Burns M. A. Effect of Hydrodynamic and Magnetic Stabilization on Fluidized-Bed Adsorption. *Biotechnol Progress.* 1998, vol. 14, pp. 749–755. doi: 10.1021/bp980080z
 14. Pallabazzer R. Magnetoplastic effect in non-Newtonian fluids. *AIAA Journal.* 1966, vol. 4, no. 11, pp. 2064–2066. doi: 10.2514/3.3851
 15. Nikulin I. L., Perminov A. V., Tsaplin A. I. Mathematical model of conducting fluid convection in a nonuniform alternating magnetic field. *Magnetohydrodynamics.* 2013, vol. 49, no. 1, pp. 203–209. doi: 10.1007/s10891-016-1389-5
 16. Nikulin I. L., Perminov A. V. Mathematical modelling of frequency and force impacts on averaged metal flows in alternating magnetic field. *Int J Heat Mass Transfer.* 2019, vol. 128, pp. 1026–1032. doi: 10.1016/j.jheatmasstransfer.2018.08.130
 17. Levich V. G. *Physicochemical Hydrodynamics.* NJ, Prentice-Hall, Englewood Cliffs Publ., 1962. 700 p.
 18. Vorontsov E. H., Tananayko Yu. M. *Teploobmin v ridynnykh plivkakh* [Heat transfer in liquid films]. Kyiv, Tekhnika Publ., 1977. 199 p.
 19. Vatazhin A. B., Lyubimov G. A., Regirer S. A. *Magnetohydrodynamic flows in channels.* 1970. 672 p.

Надійшло (received) 12.02.2023

Відомості про авторів / About the Authors

Мамедов Асіман Нізамі Оглу (Mamedov Asiman) – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського», аспірант; м. Київ, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8696-0824>; e-mail: acy_m@yahoo.com

Стась Сергій Васильович (Stas Serhiy) – кандидат технічних наук, доцент, Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України, професор кафедри «Техніка та засоби цивільного захисту»; м. Черкаси, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6139-6278>; e-mail: stas_serhiy@yahoo.com

Лаврухин Єгор Валерійович (Lavrukhin Evhen) – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського», аспірант кафедри «Прикладна гідроаеромеханіка і механотроніка»; м. Київ, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6128-8066>; e-mail: lavruhin.egor@gmail.com