

*А. С. АЗАРОВ, А. С. РОГОВИЙ***ІНТЕГРАЦІЯ СУРОГАТНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЕВОЛЮЦІЙНИХ АЛГОРИТМІВ У ПРОЄКТУВАННІ ВІДЦЕНТРОВИХ КОМПРЕСОРІВ**

Розглянуто сучасний підхід до оптимізації геометрії робочого колеса високонапірного відцентрового компресора на основі сурогатного моделювання та еволюційних алгоритмів. Основною метою дослідження є підвищення енергетичної ефективності та зниження обчислювальних витрат при CFD-аналізі шляхом побудови аналітичної моделі залежності аеродинамічних характеристик від геометричних параметрів. Для цього використано метод Kriging (Gaussian Process Regression) у поєднанні з багатокритеріальним генетичним алгоритмом NSGA-II, реалізованими в середовищі ANSYS Design Exploration. Параметризація компресора виконана за трьома ключовими змінними: вихідний кут лопаті робочого колеса, вхідний кут лопатей радіального дифузора та відносна довжина спліттера. Для формування навчальної вибірки застосовано центральну-композиційний план експерименту, що дозволив обмежити кількість CFD-розрахунків до 15 варіантів. Побудована сурогатна модель продемонструвала високу точність апроксимації (коефіцієнт детермінації близький до 1, RMSE – мінімальний), що підтверджено крос-валідацією. Оптимізація за допомогою NSGA-II забезпечила формування Парето-фронту, який відображає компроміс між політропним ККД та ступенем стиснення. Аналіз чутливості показав, що найбільший вплив на ефективність має вихідний кут лопатей робочого колеса, тоді як довжина спліттера та вхідний кут дифузора виконують стабілізуючу роль. Отримані результати свідчать про доцільність застосування сурогатного моделювання та еволюційних алгоритмів для оптимізації турбомашин, що дозволяє скоротити обчислювальні витрати без втрати точності та забезпечити гнучкість у виборі оптимальних конструктивних рішень.

Ключові слова: компресор, турбомашини, чисельне моделювання, оптимізація, ефективність, планування експериментів.

*A. AZAROV, A. ROGOVYI***INTEGRATION OF SURROGATE MODELING AND EVOLUTIONARY ALGORITHMS IN THE DESIGN OF CENTRIFUGAL COMPRESSORS**

The paper presents a modern approach to optimizing the geometry of a high-pressure centrifugal compressor impeller using surrogate modeling and evolutionary algorithms. The main objective is to improve energy efficiency and reduce computational costs during CFD analysis by constructing an analytical model that approximates the relationship between aerodynamic characteristics and geometric parameters. The Kriging method (Gaussian Process Regression) combined with the NSGA-II multi-objective genetic algorithm was implemented in ANSYS Design Exploration. The compressor was parameterized by three key variables: impeller blade outlet angle, radial diffuser inlet blade angle, and splitter blade relative length. A central composite design of experiments was applied to limit the number of CFD simulations to 15 cases. The developed surrogate model demonstrated high approximation accuracy (coefficient of determination close to 1, minimal RMSE), confirmed by cross-validation. Optimization using NSGA-II produced a Pareto front illustrating the trade-off between polytropic efficiency and pressure ratio. Sensitivity analysis revealed that the impeller outlet angle has the greatest impact on efficiency, while splitter length and diffuser inlet angle play a stabilizing role. The results confirm the feasibility of applying surrogate modeling and evolutionary algorithms for turbomachinery optimization, enabling significant computational savings without compromising accuracy and providing flexibility in selecting optimal design solutions.

Keywords: compressor, turbomachine, numerical simulation, optimization, efficiency, experimental design.

Вступ. Підвищення ефективності відцентрових компресорів залишається одним із ключових завдань сучасного машинобудування [1]. Геометрія робочого колеса визначає основні параметри процесу стиснення – тиск, ККД і стабільність течії, тому її оптимізація є критично важливою [2]. Проте прямі CFD-розрахунки кожної варіації геометрії є обчислювально дорогими та часомісткими [3]. Для скорочення кількості симуляцій усе ширше застосовуються сурогатні (спрощена модель на основі машинного навчання) моделі, що відтворюють залежності між геометричними параметрами й аеродинамічними характеристиками на основі обмеженої кількості високоточних CFD-даних [4].

Сурогатна оптимізація являє собою сучасний підхід, що поєднує методи машинного навчання з класичною теорією турбомашин, забезпечуючи ефективний пошук оптимальних рішень за обмеженої кількості чисельних експериментів. Зокрема, моделі Kriging (також відомі як регресія на основі гаусівських процесів) застосовуються для побудови поверхонь відгуку, що є аналітичними апроксимаціями залежності вихідних параметрів від вхідних змінних при малих вибірках, отриманих методами планування експериментів. Такі моделі дають змогу оцінювати

невизначеність прогнозу та спрямовувати подальше уточнення розрахунків у найбільш інформативних точках простору параметрів. Для пошуку глобального оптимуму поверхні відгуку широко використовуються еволюційні алгоритми, зокрема MOGA (Multi-Objective Genetic Algorithm [5]), що є багатокритеріальним генетичним алгоритмом, який забезпечує знаходження набору оптимальних компромісних рішень (так званого фронту Парето) без ризику потрапляння у локальні мінімуми [6].

В останні роки активно розвивається підхід, що поєднує сурогатні методи оптимізації з редукованими моделями, які застосовують метод правильного ортогонального розкладання (Proper Orthogonal Decomposition (POD)) [7], або інші підходи моделювання зі зменшеним порядком (Reduced-Order Modeling (ROM)) [8], тобто моделювання зі зменшеним порядком. Такі методи дають змогу суттєво скоротити обчислювальні витрати за рахунок спрощеного опису складних течій, зберігаючи при цьому основні фізичні характеристики процесу [9].

Аналіз останніх досліджень. Огляд сучасних досліджень свідчить, що використання сурогатних моделей у проєктуванні відцентрових компресорів стає стандартною практикою. Ще у роботі [4] було

показано, що Kriging-модель дозволяє значно зменшити кількість CFD-експериментів, зберігаючи точність оптимізації геометрії імелера. Автори продемонстрували підвищення ізоентропійного ККД на 2,5 % порівняно з базовим варіантом, використовуючи лише близько 40 симуляцій. Подібний підхід застосували у [6]. Модель Kriging є статистичним методом інтерполяції, що дозволяє з високою точністю апроксимувати складні нелінійні залежності між вхідними та вихідними параметрами системи. Вона базується на припущенні, що модельований процес має гаусівський розподіл, а кореляція між точками описується коваріаційною функцією. Завдяки цьому Kriging забезпечує не лише прогноз значення функції, а й оцінку невизначеності, що робить її особливо корисною у сурогатному моделюванні складних інженерних задач [10; 11]. В роботі [6] сурогат побудовано на основі неймережевої моделі з 30 точок планування експерименту та оптимізація забезпечила приріст тиску на 2,46 %.

Сучасні дослідження спрямовані на підвищення точності сурогатів і адаптивне уточнення вибірки. У статті [12] використано Self-Adaption Kriging для оптимізації спірального відводу компресора, де модель автоматично додавала точки у зонах високої похибки. Це дозволило отримати кращу відповідність CFD-данним і зменшити кількість розрахунків на 35 %. Аналогічні результати спостерігалися у [9], де застосовано метод POD для побудови моделей потоку та подальшої багатокритеріальної оптимізації за показниками напір-ефективність.

Еволюційні алгоритми, особливо MOGA, стали найпопулярнішими у багатокритеріальних задачах, коли необхідно одночасно максимізувати ККД і мінімізувати енергоспоживання або пульсації тиску [13]. В роботі [13] CFD-модель насоса оптимізована за допомогою штучної нейронної мережі і MOGA, що дало змогу сформувати фронт Парето між ефективністю та напором.

Загалом, більшість сучасних статей підтверджують, що ланцюжок, який складається з методів планування експериментів, метода Kriging (або іншої сурогатної моделі), багатокритеріального генетичного алгоритму та подальшої CFD-валідації є найефективнішою стратегією для оптимізації турбомашин [4; 6; 9; 14]. Залишаються актуальними питання вибору оптимального методу планування експерименту, кількості точок, а також інтеграції експериментальних невизначеностей у процес навчання сурогату.

У контексті представленої роботи саме поєднання методів Kriging і MOGA в ANSYS Design Exploration дозволяє реалізувати сучасний підхід до оптимізації відцентрових компресорів без залучення зовнішніх ML-бібліотек, забезпечуючи баланс між точністю, швидкістю і практичною придатністю методу.

Мета. Метою роботи є розроблення та реалізація методики оптимізації геометрії робочого колеса високонапірного відцентрового компресора із

застосуванням сурогатного моделювання на основі еволюційного алгоритму MOGA. Запропонований підхід спрямований на скорочення обчислювальних витрат під час CFD-аналізу та підвищення точності прогнозування ефективності компресора за рахунок побудови машинно-навчальної моделі, що апроксимує залежність ККД та приросту тиску від геометричних параметрів лопатей колеса та дифузора.

Результати досліджень. Методологія дослідження складалася з наступних етапів: на основі високонапірного відцентрового компресора, що серійно випускається, проведено верифікацію CFD-моделі та спроєктовано новий компресор з покращеними характеристиками, що показано в роботах [1; 2; 15]. В даній роботі реалізовано оптимізацію відцентрового компресора в середовищі ANSYS Workbench 2024R1, використовуючи інструменти Design Exploration (Response Surface та MOGA). Блок-схема методології дослідження показано на рис. 1.

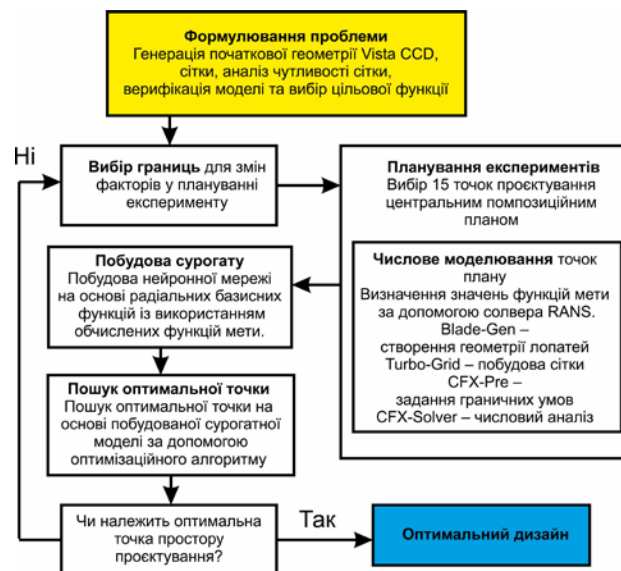


Рис. 1. Процедура оптимізації

Основні характеристики серійного та спроєктованого відцентрового компресорів: вихідний діаметр робочого колеса 240 мм, кутова швидкість обертання 207500 хв^{-1} , число лопатей напрямного апарату, що обертається – 14, число лопатей робочого колеса – 28, число лопатей лопатевого дифузора – 18, масова витрата газу $G = 2,1 \text{ кг/с}$, співвідношення повних тисків $\pi^* = 3,1$.

В роботі [15] отримано, що максимуми ефективності спроєктованого та серійного робочих коліс компресора відповідали масовій витраті 2 кг/с , але політропний ККД спроєктованого робочого колеса був на 6 % більший. Розрахункова схема та сітка спроєктованого компресора наведена на рис. 2.

У процесі параметризації відцентрового компресора для побудови сурогатної моделі та подальшої оптимізації обрано три геометричні змінні (рис. 3), які мають найбільший вплив на аеродинамічні характеристики: аксіальний вихідний кут лопаті робочого колеса β_2 , аксіальний вхідний кут

лопатей радіального дифузора та відносна довжина спліттера L_{spl}/L_{main} . Кожен із цих параметрів безпосередньо визначає умови перетворення кінетичної енергії потоку на підвищення тиску [16], а їх взаємодія формує структуру вторинних течій у міжлопаткових каналах [17].

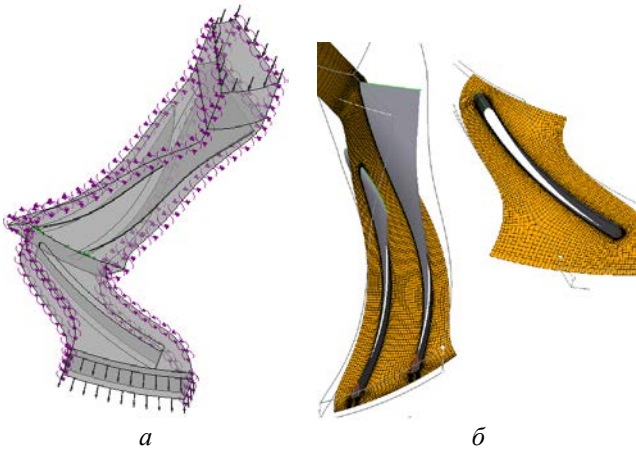


Рис. 2. Високонапірний відцентровий компресор:
а – розрахункова модель; б – сіткова модель

Зміна β_2 впливає на ступінь навантаження колеса, величину питомої роботи та розвиток відривних зон у периферійній частині потоку. Кут β_{in} визначає орієнтацію входної кромки лопатей дифузора, тобто узгодження напрямку потоку після колеса з напрямком каналів дифузора. Від цього залежить ефективність дифузійного процесу, рівень втрат і можливість виникнення реверсійного потоку. Відносна довжина спліттера характеризує ступінь взаємодії основної та допоміжної лопатей і визначає рівномірність розподілу швидкості та тиску по висоті каналу.

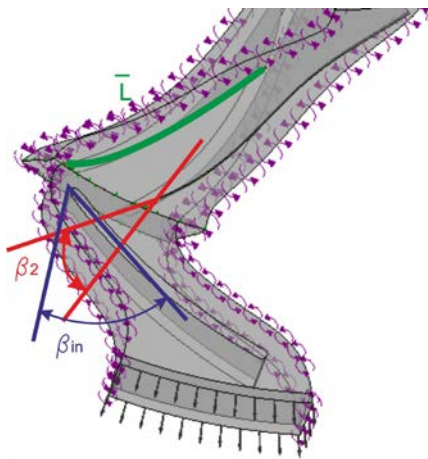


Рис. 3. Фактори, що варіювалися

Спліттер [18] у робочому колесі відцентрового компресора виконує функцію додаткової лопаті, розташованої між основними. Його основним призначенням є зменшення нерівномірності потоку та зниження навантаження на основні лопаті. Завдяки наявності спліттера потік у міжлопаткових каналах рівномірніше прискорюється, зменшуються вторинні течії, відриви та турбулентні зони, особливо у

периферійній частині. Це сприяє підвищенню загального коефіцієнта корисної дії, розширенню робочого діапазону і поліпшенню стійкості компресора до збурень потоку [19]. Спліттер також забезпечує плавніше узгодження швидкісного поля з дифузорею, зменшуючи втрати на вході в наступний ступінь.

Параметри β_2 і β_{in} задавалися на середній висоті лопаті, що відповідає ділянці з типовими значеннями швидкісних і енергетичних характеристик потоку. Такий підхід дозволяє уникнути локальних крайових ефектів біля маточини та кожуха, де спостерігаються сильні тривимірні вторинні течії. Вибір середнього за висотою розташування положення також узгоджується з вимогами виробництва: саме середній переріз найчастіше використовується для визначення базового профілю при побудові 3D-лопатей. Діапазони зміни параметрів обмежувалися умовами збереження мінімальної товщини лопаті та допустимих радіусів кривизни, що забезпечує коректність геометричної реконструкції й механічну міцність при подальшому виготовленні [20; 21]. Така комбінація параметрів є компромісом між фізичною адекватністю, технологічною реалізованістю та чутливістю до аеродинамічних втрат, що робить їх оптимальними трьома параметрами для багатокритеріальної оптимізації ступеня компресора.

Для формування навчальної вибірки та побудови сурогатної моделі використано метод планування експерименту типу центральний ортогональний план [22], який забезпечує можливість одержання адекватної квадратичної моделі відгуку при мінімальній кількості розрахунків. Межі варіювання для обраних факторів встановлювалися на підставі геометричних та технологічних обмежень: для $\beta_2 - \pm 12^\circ$, для $\beta_{in} - \pm 10^\circ$ та для відносної довжини спліттера $\pm 0,1$ відносно базового значення. Центральна композиційна структура передбачала комбінацію факторіальних, осьових і центральних точок. Для трьох параметрів базовий факторіальний план складався з 8 кутових точок, шести осьових і однієї центральної точки, що забезпечило загалом 15 варіантів геометрій для CFD-розрахунків. Застосовувався face-centered варіант плану з $\alpha = 1$, який не потребує екстраполяції за межі фізично реалізованої області. Для зменшення обчислювальних витрат застосовано скорочений центрально-композиційний план (Reduced CCD) із трьома незалежними факторами. Повний план із 20 комбінацій було редуковано до 15 фізично допустимих геометрій шляхом виключення симетричних варіантів та обмеження кількості повторів центральної точки. Такий підхід зберігає ортогональність і симетричність плану, водночас істотно знижує обсяг CFD-розрахунків без втрати статистичної репрезентативності.

Для кожної точки плану проводилися стаціонарні RANS-розрахунки (на основі вирішення осереднених рівнянь Рейнольдса та SST-моделі турбулентності [23]) з однаковими граничними умовами та узгодженою дискретизацією (орієнтовно

400 тис. елементів). Отримані результати використовувалися для апроксимації залежностей між факторами та вихідними характеристиками компресора: загальним коефіцієнтом корисної дії та відношенням повного тиску. Така структура плану експерименту забезпечила статистичну надійність, симетричність простору факторів і коректність подальшої побудови сурогатної моделі на основі методу Kriging. Варіювання факторів та обрані значення представлені в табл 1.

Таблиця 1 – Значення обраних факторів в точках плану

№ досл.	β_2	β_{in}	L_{spl} / L_{main}
1	50	0,7	62
2	38	0,7	62
3	62	0,7	62
4	50	0,6	62
5	50	0,8	62
6	50	0,7	52
7	50	0,7	72
8	40,2	0,619	53,9
9	59,8	0,619	53,9
10	40,2	0,781	53,9
11	59,8	0,781	53,9
12	40,2	0,619	70,1
13	59,8	0,619	70,1
14	40,2	0,781	70,1
15	59,8	0,781	70,1

CFD-розрахунки виконувалися у середовищі ANSYS CFX [24]. На вході задавалися повний тиск і температура, на виході – статичний тиск, що забезпечує максимальний ККД, що визначалося під час розрахунку. Розрахункова сітка побудована на основі гексаелементів за допомогою TurboGrid. Для плану експерименту застосовувалася «груба» сітка з 400 тис. елементів (100 тис. для сектору дифузора та 300 тис. для сектору робочого колеса), тоді як для оптимальних точок проводилася верифікація із сіткою 3 млн. елементів для перевірки незалежності результатів від розмірів елементів. Моніторинг збіжності здійснювався за балансом витрати на вході та виході з компресора, нев'язаннями рівнянь (10^{-5}), стабілізацією витрати протягом 100 ітерацій. Як функції цілі використано політропний ККД та співвідношення повних тисків. Реалізовано секторний підхід до моделювання – 25,7° сектор для робочого колеса та 20° сектор для лопатевого дифузора.

Для апроксимації отриманих результатів CFD-розрахунків та подальшої оптимізації застосовано методи побудови сурогатних моделей, які дозволяють отримати безперервну аналітичну залежність між геометричними параметрами та вихідними характеристиками компресора. Основною моделлю обрано Kriging (або Gaussian Process Regression, GPR), що базується на стохастичному підході й поєднує апроксимацію детермінованої тенденції з інтерполяцією стохастичного залишку, забезпечуючи високу точність відтворення нелінійних багатовимірних залежностей. Як альтернативу для перевірки стабільності результатів також використано

радіально-базисну функцію (RBF), що добре зарекомендувала себе при обмеженій кількості експериментальних точок. Для оцінки достовірності побудованих моделей виконано крос-валідацію за методом leave-one-out, яка дозволила визначити середньоквадратичну похибку прогнозу (RMSE) та коефіцієнт детермінації (R^2). Порівняння Kriging і RBF-моделей показало, що Kriging забезпечує точніше відтворення локальних екстремумів та плавнішу поверхню відгуку, що є важливим при подальшій оптимізації за допомогою еволюційних алгоритмів.

Під час виконання крос-валідації кожна точка навчальної вибірки послідовно виключалася з набору, після чого прогнозувалася на основі моделі, побудованої за рештою даних (рис. 4). Це дозволило оцінити реальну передбачувальну здатність сурогату без повторного навчання. Для ККД отримано значення коефіцієнта детермінації $R^2 = 1$, що свідчить про практично ідеальне відтворення результатів CFD-розрахунків побудованою моделлю Kriging. Водночас середньоквадратична похибка прогнозу становила $RMSE \approx 1.6 \cdot 10^{-9}$, що є на кілька порядків менше допустимого рівня для типових моделей такого класу.

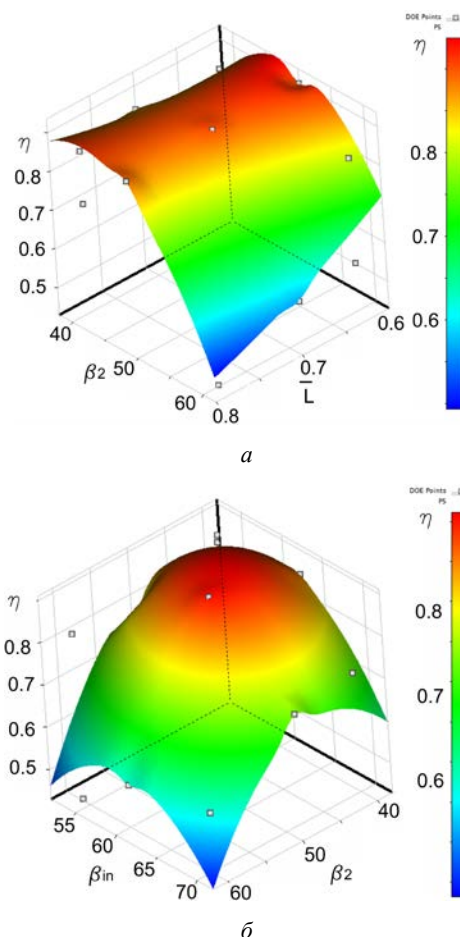


Рис. 4. Поверхня відгуку для планування експерименту за методом Kriging:

а – залежність ККД від осьового вихідного кута лопаті робочого колеса та відносної довжини спліттера;
б – залежність ККД від вхідного кута лопатей радіального дифузора та вихідного кута лопаті колеса

Відносна абсолютна похибка апроксимації не перевищувала 0 %, що вказує на повну збіжність вихідних і прогнозованих значень у межах чисельної точності CFD-методу. Таким чином, отримані показники підтверджують високу адекватність та передбачувальну стабільність побудованого сурогату, що дає змогу використовувати його для подальшої оптимізації геометричних параметрів компресора без втрати фізичної достовірності результатів.

На рис. 5 представлено графік, що відображає результати однофакторного аналізу локальної чутливості параметрів до зміни ККД. Вертикальна вісь показує відсотковий вплив кожного параметра на варіацію ефективності в околі номінальної робочої точки. Найбільший вплив спостерігається для вихідного кута лопатей робочого колеса. Це свідчить, що саме геометрія вихідного краю імпелера визначає основний баланс між кінетичними втратами і ступенем розширення потоку. Відносна довжина спліттера має менший, але позитивний вплив у межах близько $\pm 10\%$, що вказує на другорядну, але стабілізуючу роль цього параметра у формуванні рівномірності поля швидкостей. Вхідний кут лопатей радіального дифузора чинить помірно негативний вплив, що пояснюється зміною умов входу в дифузори і підвищенням локальних втрат при відхиленні від оптимального напрямку потоку. Загалом аналіз показує, що головним керуючим параметром ефективності є вихідний кут імпелера, тоді як довжина спліттера та вхідний кут дифузора мають другорядний, але суттєвий вплив, який варто враховувати при багатокритеріальній оптимізації компресора.

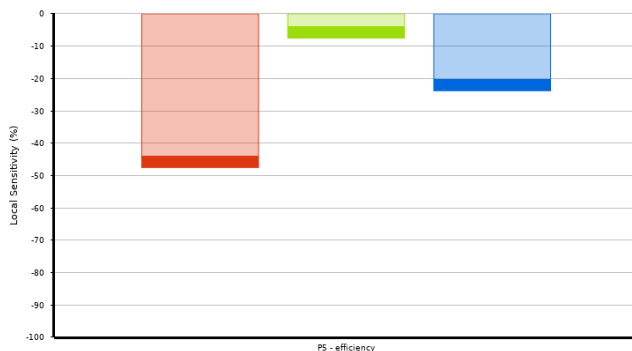


Рис. 5. Вплив факторів на ККД:
червоний – вихідний кут лопаті робочого колеса;
зелений – відносна довжина спліттера; синій – вхідний кут лопатей радіального дифузора

Для виконання багатокритеріальної оптимізації побудованої сурогатної моделі використано еволюційний алгоритм NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) [25], реалізований у модулі ANSYS Design Exploration.

Алгоритм NSGA-II є одним із найефективніших еволюційних методів багатокритеріальної оптимізації. Його принцип полягає у пошуку множини оптимальних рішень, які формують так званий фронт Парето [26], тобто сукупність конфігурацій, у яких покращення одного критерію неможливе без

погіршення іншого. Алгоритм не потребує явного запису аналітичної цільової функції, а працює з будь-якими моделями, включно із сурогатними, CFD або експериментальними даними, що робить його універсальним інструментом для інженерних задач.

Математична основа NSGA-II базується на популяційному підході. Нехай маємо множину параметрів $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ та вектор цільових функцій $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}))$, які необхідно мінімізувати або максимізувати одночасно. Алгоритм генерує початкову популяцію випадкових рішень, для кожного з яких обчислюються значення $\mathbf{F}(\mathbf{x})$. Далі виконується сортування за рівнем домінування: рішення, які не поступаються іншим за жодним критерієм, утворюють перший фронт Парето, наступні – другий, і так далі. Для збереження різноманітності NSGA-II вводить метрику щільності заповнення (crowding distance), яка оцінює густоту розташування рішень на фронті: ті, що з більшою відстанню мають перевагу при відборі.

На кожній ітерації застосовуються оператори схрещування та мутації, які формують нове покоління рішень. Комбінація батьківських та дочірніх популяцій створює множину $2N$ кандидатів, з яких за принципом рангового сортування та метрики щільності заповнення відбирається N найкращих для наступного циклу. Завдяки цьому NSGA-II поєднує глобальний пошук (через випадкову варіацію) з локальним уточненням.

У контексті ANSYS алгоритм працює поверх сурогатної моделі, що дає змогу швидко оцінювати $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ без CFD. На практиці користувач визначає діапазони параметрів і цілі, після чого NSGA-II створює сотні чи тисячі комбінацій параметрів, обчислює відповідні відгуки і формує Парето-фронт. Таким чином, математична модель оптимізації – це багатокритеріальна задача, яку NSGA-II розв'язує еволюційно без необхідності градієнтної інформації:

$$\text{знайти } \mathbf{x}^* \in X : \mathbf{F}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}^*), f_2(\mathbf{x}^*), \dots, f_m(\mathbf{x}^*)]$$

$$\text{за умов } g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad h_j(\mathbf{x}) = 0,$$

де $g_i(\mathbf{x})$, $h_j(\mathbf{x})$ – обмеження нерівностей та рівностей відповідно, що задають допустиму область X .

Результатом є множина компромісних рішень, що дозволяє обрати оптимум за пріоритетами дослідника. Наприклад, для відцентрового компресора, максимальний ККД при допустимому тиску або навпаки. Таким чином, NSGA-II поєднує високу обчислювальну ефективність, стійкість до локальних мінімумів і можливість автоматизованого багатокритеріального пошуку в аеродинамічних задачах, де аналітична форма залежностей між параметрами відсутня.

Алгоритм MOGA генерував нові комбінації параметрів, оцінюючи їх за побудованою сурогатною моделлю. Перший запуск привів до появи 16-ї точки ($\beta_2 = 47^\circ$; $L_{spl}/L_{main} = 0,6$; $\beta_{in} = 58^\circ$), яка мала $\eta = 0,89$ при $\pi^* = 2,21$, тобто не покращила ефективність.

Наступні ітерації уточнювали оптимум поблизу цієї області параметрів, демонструючи незначне коливання $\eta = 0,87\text{--}0,9$ та стабілізацію $\pi = 2,3\text{--}2,55$. Остання з отриманих комбінацій ($\beta_2 = 49,7^\circ$; $L_{spl} / L_{main} = 0,6$; $\beta_{in} = 62^\circ$) практично збіглася з найкращими результатами планування експериментів, забезпечуючи $\pi^* = 2,8$.

Аналіз динаміки покращення показників свідчить, що подальші ітерації оптимізації не дають істотного приросту цільових функцій та алгоритм досяг збіжності до глобального Парето-оптимуму. Таким чином, у межах заданих геометричних обмежень система вийшла на стійкий компроміс між ефективністю та ступенем стиснення. Отримана оптимальна область параметрів характеризується помірним вихідним кутом $\beta_2 \approx 48\text{--}50^\circ$, мінімальною довжиною спліттера ($L_{spl} / L_{main} \approx 0,6$) і вхідним кутом дифузора $\beta_{in} = 60\text{--}62^\circ$, що забезпечує мінімальні втрати енергії при сталому режимі течії. Це свідчить про завершення оптимізаційного процесу та досягнення практично граничної ефективності в межах дослідженої геометричної області.

На рис. 6 подано Парето-фронт, отриманий за результатами багатокритеріальної оптимізації за допомогою алгоритму NSGA-II, де по осі абсцис відкладено ККД, а по осі ординат – відношення повного тиску π^* . Цей фронт побудовано на передостанній ітерації. Кожна точка відповідає окремій комбінації геометричних параметрів робочого колеса та дифузора, яку алгоритм визнав фізично допустимою. Крива Парето відображає множину компромісних рішень, для яких жоден критерій не може бути покращений без погіршення іншого. У даному випадку спостерігається чітко виражена обернена залежність між η та π^* , що є типовим для відцентрових компресорів: збільшення ступеня стиснення супроводжується підвищенням втрат і, відповідно, зниженням ефективності.

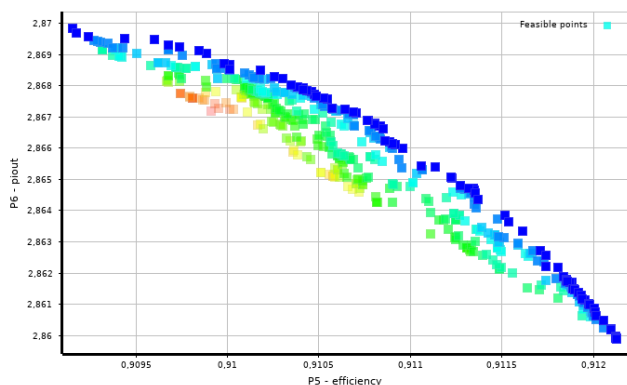


Рис. 6. Парето-фронт, отриманий за результатами дії алгоритму NSGA-II

Верхня частина фронту (зона синіх точок) відповідає конфігураціям з максимальною ефективністю при дещо зменшеному π^* , тоді як нижня (жовто-червона зона) характеризує геометрії з підвищеним тиском π^* , але з меншим η . Таким чином,

фронт дозволяє кількісно оцінити компроміс між основними критеріями – енергетичною ефективністю та ступенем стиснення. Таким чином, означені точки дозволяють визначити області рівноцінних оптимумів залежно від пріоритетів проєктування. Фронт Парето має ключове значення [27], оскільки він не лише демонструє збіжність алгоритму NSGA-II, а й візуалізує простір компромісних рішень, що є неможливим при однокритеріальній оптимізації. Це дозволяє наочно показати, що пошук не зводиться до одного «кращого» варіанту, а формує оптимальний баланс між ефективністю та тиском, що важливо при практичному проєктуванні компресорів із різними експлуатаційними вимогами.

За результатами оптимізації визначено, що найбільший вплив має вихідний кут лопатей робочого колеса β_2 , який визначає розподіл окружної швидкості та ступінь енергообміну між колесом і потоком. При збільшенні β_2 підвищується навантаження на лопать, що веде до зростання повного тиску, але одночасно посилює втрати через збільшення вихрових структур і вторинних течій у міжлопатевих каналах. Зменшення β_2 , навпаки, знижує гідравлічне навантаження, але забезпечує більш плавну течію та вищий ККД. Таким чином, оптимальне значення β_2 відповідає компромісу між енергетичним підйомом і допустимими втратами в кінці робочого колеса.

Другим за впливом фактором є вхідний кут лопатей дифузора β_{in} , який визначає умови прийому потоку з робочого колеса. При зменшенні кута покращується узгодженість напрямку швидкості на виході з колеса з напрямом у каналах дифузора, що зменшує зони відриву біля передніх крайок. Водночас надмірне зменшення β_{in} призводить до звуження проходу та підвищення локальних швидкостей, що може спричиняти додаткові втрати. Таким чином, існує оптимальний діапазон вхідних кутів, який забезпечує стабільну течію.

Довжина спліттера виконує роль пасивного стабілізатора потоку. Збільшення довжини зменшує неузгодженість між основними каналами, пригнічуючи вторинні потоки, однак надмірне подовження збільшує тертя й гідравлічні втрати. Оптимальне співвідношення довжини спліттера до хорди ($L_{spl} / L_{main} \approx 0,6$) забезпечує найкращий баланс між пригніченням вихорів і мінімізацією поверхні тертя.

Отримані тенденції узгоджуються з результатами інших авторів, де показано, що максимальна ефективність досягається при помірних кутах виходу та укорочених спліттерах [17–19], де аналогічні параметри визначали ключову роль у формуванні характеристик компресора.

Основні обмеження роботи пов'язані з використанням RANS-моделювання, яке апроксимує турбулентний потік усередненими рівняннями, що може недостатньо точно відтворювати дрібномасштабні вихори в міжлопатевій зоні. Додатковим обмеженням є відсутність урахування допусків на виготовлення, які в реальних умовах

можуть змінювати локальні кути атаки та впливати на стабільність роботи поблизу межових режимів. У подальших дослідженнях планується виконати оцінку впливу геометричних похибок на ефективність компресора.

Висновки. В роботі розроблено та реалізовано методики оптимізації геометрії робочого колеса високонапірного відцентрового компресора із застосуванням сурогатного моделювання та еволюційного алгоритму MOGA. Запропонований підхід спрямований на скорочення обчислювальних витрат під час CFD-аналізу та підвищення точності прогнозування ефективності компресора за рахунок побудови машинно-навчальної моделі, що апроксимує залежність ККД та приросту тиску від геометричних параметрів лопатей колеса та дифузора.

1. Розроблено методику оптимізації геометрії робочого колеса відцентрового компресора на основі сурогатного моделювання (Kriging) та еволюційного алгоритму NSGA-II, що дозволяє зменшити кількість CFD-розрахунків у 3–4 рази. Побудована сурогатна модель забезпечує високу точність апроксимації аеродинамічних характеристик ($R^2 \approx 1$, мінімальна похибка).

2. Оптимізація сформувала Парето-фронт, який відображає компроміс між ККД та ступенем стискування, що дозволяє обирати оптимальні рішення залежно від пріоритетів проєктування.

3. Найбільший вплив на ефективність має вихідний кут лопатей робочого колеса, тоді як довжина спліттера та вхідний кут дифузора виконують другорядну, але стабілізуючу роль.

Список літератури

- Rogovyi A., Azarov A., Diordiev V., Rohach Y., Avershyn A., Khovanskyi S. High-pressure centrifugal compressor performance enhancement by improving the radial diffuser. *AIP Conference Proceedings*. 2025. Vol. 3238, issue 1. P. 020005. doi: 10.1063/5.0249175
- Rogovyi A., Azarov A., Kukhtenkov Y., Avershyn A., Khovanskyi S. Improving the Performance of a Centrifugal Compressor Through Computer-Aided Design and Optimization of Blade Thickness. *Advances in Design, Simulation and Manufacturing VII: Proc. of the 7th Int. Conf. on Design, Simulation, Manufacturing: The Innovation Exchange, DSMIE-2024*. Vol. 2: *Mechanical and Materials Engineering (4–7 June 2024, Pilsen, Czech Republic)*. Cham : Springer, 2024. P. 324–333. doi: 10.1007/978-3-031-63720-9_28
- Роговий А. С., Дранковський В. Е., Тиньянов О. Д., Азаров А. С. Прокєтування оборотної гідромашини засобами Ansys та дослідження течії у насосному режимі. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv : NTU "KhPI". 2024. No. 2. P. 73–81. doi: 10.20998/2411-3441.2024.2.11
- Wang X. F., Xi G., Wang Z. H. Aerodynamic optimization design of centrifugal compressor's impeller with Kriging model. *Proceedings of the institution of mechanical engineers. Part A: Journal of power and energy*. 2006. Vol. 220, issue 6. P. 589–597. doi: 10.1243/09576509JPE201
- Murata T., Ishibuchi H. MOGA: multi-objective genetic algorithms. *Proc. of 1995 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. Vol. 1 (29 November–01 December 1995, Perth, WA, Australia). IEEE, 1995. P. 289–294. doi: 10.1109/ICEC.1995.489161
- Kim J. H., Choi J. H., Kim K. Y. Surrogate modeling for optimization of a centrifugal compressor impeller. *International Journal of Fluid Machinery and Systems*. 2010. Vol. 3, issue 1. P. 29–38. doi: 10.5293/IJFMS.2010.3.1.029
- Chatterjee A. An introduction to the proper orthogonal decomposition. *Current science*. 2000. Vol. 78, no. 7. P. 808–817.
- Lucia D. J., Beran P. S., Silva W. A. Reduced-order modeling: new approaches for computational physics. *Progress in aerospace sciences*. 2004. Vol. 40, issues 1–2. P. 51–117. doi: 10.1016/j.paerosci.2003.12.001
- Zhang L., Mi D., Yan C., Tang F. Multidisciplinary design optimization for a centrifugal compressor based on proper orthogonal decomposition and an adaptive sampling method. *Applied Sciences*. 2018. Vol. 8, issue 12. P. 2608. doi: 10.3390/app8122608
- Jones D. R., Schonlau M., Welch W. J. Efficient global optimization of expensive black-box functions. *Journal of Global optimization*. 1998. Vol. 13. P. 455–492. doi: 10.1023/A:1008306431147
- Forrester A., Sobester A., Keane A. *Engineering design via surrogate modelling: a practical guide*. John Wiley & Sons, 2008.
- Meng F., Zhang Z., Wang L. Volute Optimization Based on Self-Adaption Kriging Surrogate Model. *International Journal of Chemical Engineering*. 2022. Vol. 2022, issue 3. P. 6799201. doi: 10.1155/2022/6799201
- Zhao B., Wang Y., Chen H., Qiu J., Hou D. Hydraulic optimization of a double-channel pump's impeller based on multi-objective genetic algorithm. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2015. Vol. 28. P. 634–640. doi: 10.3901/CJME.2015.0116.016
- Casoni M., Benini E. A review of computational methods and reduced order models for flutter prediction in turbomachinery. *Aerospace*. 2021. Vol. 8, issue 9. P. 242. doi: 10.3390/aerospace8090242
- Роговий А. С., Азаров А. С., Демчук Р. М. Удосконалення характеристик робочого колеса високонапірного відцентрового компресора проєктуванням за допомогою САПР. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv : NTU "KhPI". 2023. No. 1. P. 25–30. doi: 10.20998/2411-3441.2023.1.04
- Adam J., Heinrich M., Schwarze R. Influence of different design parameters on side channel compressor performance. *Forschung im Ingenieurwesen*. 2022. Vol. 86. P. 819–827. doi: 10.1007/s10010-022-00594-y
- Fan M., Dazin A., Bois G., Romanò F. Effect of inlet leakage flow on the instability in a radial vaneless diffuser. *Physics of Fluids*. 2023. Vol. 35, issue 1. P. 014105. doi: 10.1063/5.0133948
- Tasharrofi M., Shahri M. H., Madadi A. Three-dimensional design, simulation and optimization of a centrifugal compressor impeller with double-splitter blades. *Heliyon*. 2025. Vol. 11, issue 3. P. e42011. doi.org/10.1016/j.heliyon.2025.e42011
- Ou J., Jin D., Gui X. Numerical investigation of the load distribution between the main blade and the splitter blade in a high-loading centrifugal compressor. *Journal of Thermal Science*. 2022. Vol. 31, issue 5. P. 1682–1695. doi: 10.1007/s11630-022-1608-7
- Sun H. O., Ren A., Wang Y., Zhang M., Sun T. Deformation and vibration analysis of compressor rotor blades based on fluid-structure coupling. *Engineering Failure Analysis*. 2021. Vol. 122. P. 105216. doi: 10.1016/j.engfailanal.2021.105216
- Фатєєва Н. М., Шевченко Н. Г., Фатєєв О. М. Надійність гідропневмоагрегатів металорізального устаткування. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv : NTU "KhPI". 2016. No. 41 (1213). P. 84–87.
- Szpisják-Gulyás N., Al-Tayawi A. N., Horváth Z. H., László Z., Kertész S., Hodúr C. Methods for experimental design, central composite design and the Box–Behnken design, to optimise operational parameters: A review. *Acta Alimentaria*. 2023. Vol. 52, issue 4. P. 521–537. doi: 10.1556/066.2023.00235
- Rogovyi A., Krasnikov S., Timchenko Y., Viunyk O., Sushko S. Use of a guide vane apparatus for swirling axial flow in vortex chamber pumps. *AIP Conference Proceedings*. 2025. Vol. 3428, issue 1. P. 020013. doi: 10.1063/12.0038603
- ANSYS, C. R24.1 Help manual. ANSYS Inc. 2024.
- Chatterjee S., Sarkar S., Dey N., Ashour A. S., Sen S. Hybrid non-dominated sorting genetic algorithm: II-neural network approach. *Advancements in applied metaheuristic computing*. IGI Global Scientific Publishing, 2018. P. 264–286.
- Xu Y., Zhang H., Huang L., Qu R., Nojima Y. A Pareto Front grid guided multi-objective evolutionary algorithm. *Applied Soft Computing*. 2023. Vol. 136. P. 110095. doi: 10.1016/j.asoc.2023.110095
- Vasilopoulos I., Asouti V. G., Giannakoglou K. C., Meyer M. Gradient-based Pareto front approximation applied to turbomachinery shape optimization. *Engineering with Computers*. 2021. Vol. 37, issue 1. P. 449–459. doi: 10.1007/s00366-019-00832-y

References (transliterated)

- Rogovyi A., Azarov A., Diordiev V., Rohach Y., Avershyn A., Khovanskyi S. High-pressure centrifugal compressor performance enhancement by improving the radial diffuser. *AIP Conference Proceedings*. 2025, vol. 3238, issue 1, p. 020005. doi: 10.1063/5.0249175
- Rogovyi A., Azarov A., Kukhtenkov Y., Avershyn A., Khovanskyi S. Improving the Performance of a Centrifugal Compressor Through Computer-Aided Design and Optimization of Blade Thickness. *Advances in Design, Simulation and Manufacturing VII: Proc. of the 7th Int. Conf. on Design, Simulation, Manufacturing: The Innovation Exchange, DSMIE-2024. Vol. 2: Mechanical and Materials Engineering (4–7 June 2024, Pilsen, Czech Republic)*. Cham, Springer Publ., 2024, pp. 324–333. doi: 10.1007/978-3-031-63720-9_28
- Rogovyi A. S., Drankovskiy V. E., Tynianov O. D., Azarov A. S. Proyektivannya oborotnoyi hidromashyny zasobamy Ansys ta doslidzhennya techiyi u nasosnomu rezhymi [Designing a reversible hydraulic machine with Ansys and studying the flow in the pumping model]. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2024, no. 2, pp. 73–81. doi: 10.20998/2411-3441.2024.2.11
- Wang X. F., Xi G., Wang Z. H. Aerodynamic optimization design of centrifugal compressor's impeller with Kriging model. *Proceedings of the institution of mechanical engineers. Part A: Journal of power and energy*. 2006, vol. 220, issue 6, pp. 589–597. doi: 10.1243/09576509JPE201
- Murata T., Ishibuchi H. MOGA: multi-objective genetic algorithms. *Proc. of 1995 IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Vol. 1 (29 November–01 December 1995, Perth, WA, Australia)*. IEEE Publ., 1995, pp. 289–294. doi: 10.1109/ICEC.1995.489161
- Kim J. H., Choi J. H., Kim K. Y. Surrogate modeling for optimization of a centrifugal compressor impeller. *International Journal of Fluid Machinery and Systems*. 2010, vol. 3, issue 1, pp. 29–38. doi: 10.5293/IJFMS.2010.3.1.029
- Chatterjee A. An introduction to the proper orthogonal decomposition. *Current science*. 2000, vol. 78, no. 7, pp. 808–817.
- Lucia D. J., Beran P. S., Silva W. A. Reduced-order modeling: new approaches for computational physics. *Progress in aerospace sciences*. 2004, vol. 40, issues 1–2, pp. 51–117. doi: 10.1016/j.paerosci.2003.12.001
- Zhang L., Mi D., Yan C., Tang F. Multidisciplinary design optimization for a centrifugal compressor based on proper orthogonal decomposition and an adaptive sampling method. *Applied Sciences*. 2018, vol. 8, issue 12, p. 2608. doi: 10.3390/app8122608
- Jones D. R., Schonlau M., Welch W. J. Efficient global optimization of expensive black-box functions. *Journal of Global optimization*. 1998, vol. 13, pp. 455–492. doi: 10.1023/A:1008306431147
- Forrester A., Sobester A., Keane A. *Engineering design via surrogate modelling: a practical guide*. John Wiley & Sons Publ., 2008.
- Meng F., Zhang Z., Wang L. Volute Optimization Based on Self-Adaption Kriging Surrogate Model. *International Journal of Chemical Engineering*. 2022, vol. 2022, issue 3, p. 6799201. doi: 10.1155/2022/6799201
- Zhao B., Wang Y., Chen H., Qiu J., Hou D. Hydraulic optimization of a double-channel pump's impeller based on multi-objective genetic algorithm. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2015, vol. 28, pp. 634–640. doi: 10.3901/CJME.2015.0116.016
- Casoni M., Benini E. A review of computational methods and reduced order models for flutter prediction in turbomachinery. *Aerospace*. 2021, vol. 8, issue 9, p. 242. doi: 10.3390/aerospace8090242
- Rogovyi A. S., Azarov A. S., Demchuk R. M. Udoslaknennya kharakterystyk robochoho koleasa vysokonapimoho vidtsentrovoho kompresora proektivannam za dopomohoyu SAPR [Improving characteristics of the impeller of a high-pressure centrifugal compressor by designing with the help of CAD]. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2023, no. 1, pp. 25–30. doi: 10.20998/2411-3441.2023.1.04
- Adam J., Heinrich M., Schwarze R. Influence of different design parameters on side channel compressor performance. *Forschung im Ingenieurwesen*. 2022, vol. 86, pp. 819–827. doi: 10.1007/s10010-022-00594-y
- Fan M., Dazin A., Bois G., Romanò F. Effect of inlet leakage flow on the instability in a radial vaneless diffuser. *Physics of Fluids*. 2023, vol. 35, issue 1, p. 014105. doi: 10.1063/5.0133948
- Tasharofi M., Shahri M. H., Madadi A. Three-dimensional design, simulation and optimization of a centrifugal compressor impeller with double-splitter blades. *Heliyon*. 2025, vol. 11, issue 3, p. e42011. doi.org/10.1016/j.heliyon.2025.e42011
- Ou J., Jin D., Gui X. Numerical investigation of the load distribution between the main blade and the splitter blade in a high-loading centrifugal compressor. *Journal of Thermal Science*. 2022, vol. 31, issue 5, pp. 1682–1695. doi: 10.1007/s11630-022-1608-7
- Sun H. O., Ren A., Wang Y., Zhang M., Sun T. Deformation and vibration analysis of compressor rotor blades based on fluid-structure coupling. *Engineering Failure Analysis*. 2021, vol. 122, p. 105216. doi: 10.1016/j.engfailanal.2021.105216
- Fatieieva N. M., Shevchenko N. H., Fatyeyev O. M. Nadiynist' hidropnevmoahrehativ metalorizal'noho ustatkuvannya [Reliability of hydropneumounits of metal-cutting equipment]. *Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Hydraulic machines and hydraulic units*. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2016, no. 41 (1213), pp. 84–87.
- Szpisjak-Gulyás N., Al-Tayawi A. N., Horváth Z. H., László Z., Kertész S., Hodúr C. Methods for experimental design, central composite design and the Box–Behnken design, to optimise operational parameters: A review. *Acta Alimentaria*. 2023, vol. 52, issue 4, pp. 521–537. doi: 10.1556/066.2023.00235
- Rogovyi A., Krasnikov S., Timchenko Y., Viunyk O., Sushko S. Use of a guide vane apparatus for swirling axial flow in vortex chamber pumps. *AIP Conference Proceedings*. 2025, vol. 3428, issue 1, p. 020013. doi: 10.1063/12.0038603
- ANSYS, C. *R24.1 Help manual*. ANSYS Inc. 2024.
- Chatterjee S., Sarkar S., Dey N., Ashour A. S., Sen S. Hybrid non-dominated sorting genetic algorithm: II-neural network approach. *Advancements in applied metaheuristic computing*. IGI Global Scientific Publishing, 2018, pp. 264–286.
- Xu Y., Zhang H., Huang L., Qu R., Nojima Y. A Pareto Front grid guided multi-objective evolutionary algorithm. *Applied Soft Computing*. 2023, vol. 136, p. 110095. doi: 10.1016/j.asoc.2023.110095
- Vasilopoulos I., Asouti V. G., Giannakoglou K. C., Meyer M. Gradient-based Pareto front approximation applied to turbomachinery shape optimization. *Engineering with Computers*. 2021, vol. 37, issue 1, pp. 449–459. doi: 10.1007/s00366-019-00832-y

Надійшла (received) 12.10.2025

Відомості про авторів / About the Authors

Азаров Андрій Сергійович (Azarov Andrii) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Гідравлічні машини ім. Г. Ф. Проскури»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7119-715X>; e-mail: andrii.azarov@mit.khpi.edu.ua

Роговий Андрій Сергійович (Rogovyi Andrii) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Гідравлічні машини ім. Г. Ф. Проскури»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6057-4845>; e-mail: asrogovoy@ukr.net